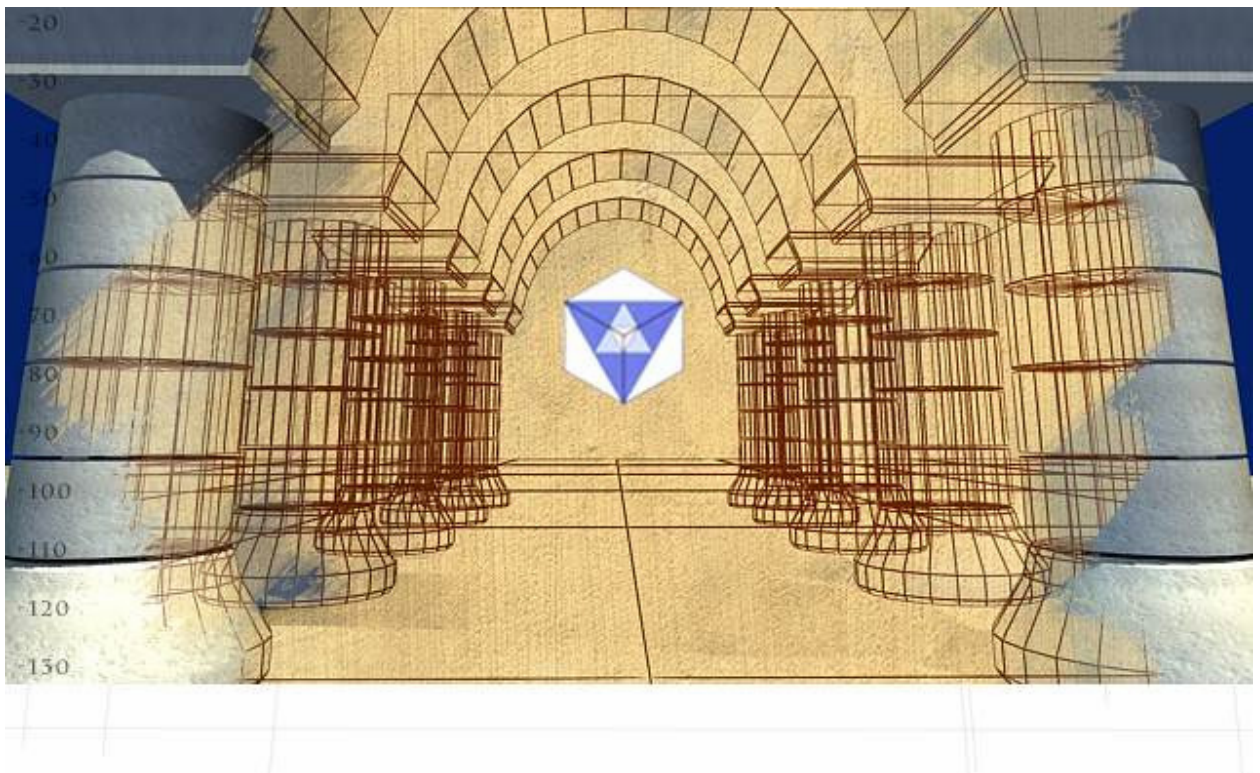


Stubeco Studiecel D 07

Tijdelijke constructies voor het ondersteunen van bekistingen

Versie 1.0



Stubeco
Gouda, december 2004

De Studievereniging Uitvoering Betonconstructies (Stubeco) en degenen die aan deze publicatie hebben meegewerkt, hebben een zo groot mogelijke zorgvuldigheid betracht bij het verwerken van de in deze publicatie vervatte gegevens. Nochtans moet niet de mogelijkheid worden uitgesloten dat er zich toch onjuistheden in deze publicatie kunnen bevinden. Degene die van deze publicatie gebruik maakt, aanvaardt daarvoor het risico. De Stubeco sluit, mede ten behoeve van al degenen die aan deze publicatie hebben meegewerkt, iedere aansprakelijkheid uit voor schade die mocht voortvloeien uit het gebruik van deze gegevens.

Gehele of gedeeltelijke overname van de inhoud is alleen toegestaan met schriftelijke toestemming van het bestuur van Stubeco.

Deze publicatie is verkrijgbaar bij:
Studievereniging Uitvoering Betonconstructies,
Postbus 411,
2800 AK Gouda.

Stubeco is een bij de Betonvereniging aangesloten vereniging.

INHOUDSOPGAVE

1.	INLEIDING	6
2.	ALGEMEEN.....	8
2.1	Uitgangspunten	8
2.2	Calamiteiten	8
2.3	Terminologie van bekistingsonderdelen en maatsymbolen	9
3.	BELASTINGEN.....	10
3.1	Fundamentele combinaties.....	10
3.1.1	Uiterste grenstoestand bezwijken.....	10
3.1.2	Bruikbaarheidsgrenstoestand doorbuiging	11
3.2	Berekeningsfactoren.....	11
3.2.1	Materiaalfactor	11
3.2.2	Belastingsfactor	11
3.3	Belastingen.....	12
3.3.1	Verticale belasting.....	12
3.3.2	Bijkomende verticale belastingen.....	12
3.3.3	Horizontale belasting.....	12
4.	MATERIAALEIGENSCHAPPEN.....	14
5.	VERVORMINGEN	15
6.	TOETSING ONDERSLAGBALKEN.....	16
6.1	Bruikbaarheidsgrenstoestand	16
6.2	Uiterste grenstoestand	16
6.3	Toetsing van de doorsnede.....	19
6.3.1	Normaalkracht	20
6.3.2	Buigende momenten.....	20
6.3.3	Dwarskrachten.....	20
6.3.4	Wringing.....	21
6.3.4.1	Verdeling wringende momenten.....	22
6.3.4.2	Spanningen ten gevolge van wringende momenten.....	23
6.3.5	Combinatie van spanningen	24
6.3.5.1	Het midden van de balk	25
6.3.5.2	Opleggingen zonder overstek	25
6.3.5.3	Opleggingen met overstek (combinatie van dwarskracht en moment)	25
6.4	Toetsing van de stabiliteit	27
6.4.1	Toetsingsregel kip	28
6.4.2	Ongesteunde lengte	28
6.5	Opleggingen	29
6.5.1	Kantelen van de onderslag	32
6.5.2	Rotatie van de onderslag	33
6.5.3	Knikken van het lijf.....	33
6.6	Krachtsinleiding bij opleggingen en puntlasten.....	34
6.6.1	Vloeien van het lijf.....	35
6.6.2	Lokaal plooiën van het lijf.....	35
6.6.3	Globaal plooiën van het lijf.....	36
6.6.4	Combinatiespanningen	36

6.7	Gaffelsteunen en kipsteunen	36
6.7.1	Dimensionering van steunen	37
6.7.1.1	Stalen onderdelen	38
6.7.1.2	Houten onderdelen	38
7.	TOETSING MOERBALKEN	39
7.1	Algemeen	41
7.2	Berekening	41
7.2.1	Bruikbaarheidsgrenstoestand	41
7.2.2	Uiterste grenstoestand	41
7.2.3	Toetsing van de stabiliteit	42
7.2.4	Krachteninleiding bij opleggingen en puntlasten	42
8.	REKENVOORBEELDEN	43
8.1	Rekenvoorbeeld 1	45
8.1.1	Gegevens	45
8.1.2	Te controleren	45
8.1.3	Uitwerking	45
8.1.4	Controle doorbuiging	45
8.1.5	Doorsnedecontrole	47
8.1.6	Controle kipstabiliteit	47
8.1.7	Dwarskracht Verticaal	49
8.1.7.1	Lijf	49
8.1.7.2	Flens	49
8.1.8	Dwarskracht Horizontaal	49
8.1.8.1	Flens	49
8.1.9	Torsie	49
8.1.9.1	Wringend moment	49
8.1.9.2	Verdeling over componenten	49
8.1.9.3	Verdeling wringende momenten	53
8.1.10	St.-Venant bij $x = 0$	53
8.1.10.1	Flens	53
8.1.10.2	Lijf	53
8.1.11	Verhinderde Welving flensafschuiving bij $x = 0$	53
8.1.12	Totalen	53
8.1.13	Verhinderde Welving flensbuiging bij $x = 1/2 L_{th}$	53
8.1.14	Vloeicriterium	55
8.1.15	Kantelen/Rotatie van de onderslag	57
8.1.16	Krachteninleiding	57
8.1.16.1	Vloeien van het lijf	57
8.1.16.2	Lokaal plooiën van het lijf	57
8.1.16.3	Globaal plooiën van het lijf (art. 14.2.3 NEN 6770 voor opleggingen)	59
8.2	Rekenvoorbeeld 2	61
8.2.1	Gegevens	61
8.2.2	Te controleren	61
8.2.3	Uitwerking	61
8.2.4	Controle doorbuiging	61
8.2.5	Doorsnedecontrole	63
8.2.6	Controle gaffelgelijkwaardigheid	63
8.2.7	Controle kipstabiliteit	65
8.2.8	Dwarskracht Verticaal	67
8.2.8.1	Lijf	67
8.2.8.2	Flens	67

8.2.9	Dwarskracht Horizontaal.....	67
8.2.9.1	Flens.....	67
8.2.10	Torsie.....	67
8.2.10.1	Wringend moment.....	67
8.2.10.2	Verdeling over componenten.....	67
8.2.10.3	Verdeling wringende momenten.....	69
8.2.11	St.-Venant bij $x = 0$	69
8.2.11.1	Flens.....	69
8.2.11.2	Lijf.....	69
8.2.12	Verhinderde Welving flensafschuiving bij $x = 0$	69
8.2.13	Totalen.....	69
8.2.14	Verhinderde Welving flensbuiging bij $x = 1/2 L_{th}$	69
8.2.15	Vloeicriterium.....	71
8.2.16	Kantelen/Rotatie van de onderslag.....	73
8.2.17	Krachtsinleiding.....	73
8.2.17.1	Vloeien van het lijf.....	73
8.2.17.2	Lokaal plooiën van het lijf.....	73
8.2.17.3	Globaal plooiën van het lijf (art. 14.2.3 NEN 6770 voor opleggingen)	75
9.	LITERATUUR.....	76
APPENDIX A TABELLEN EN GRAFIEKEN.....		78
APPENDIX B PROFIELGEGEVENS.....		80
APPENDIX C ACHTERGRONDEN TORSIE.....		82

1. INLEIDING

In NEN 6770 (TGB 1990, deel Staalconstructies) zijn de Basiseisen en basis rekenregels voor overwegend statisch belaste constructies vermeld. Er is een grote behoefte aan een uniforme interpretatie van deze rekenregels. In dit rapport "Tijdelijke constructies voor het ondersteunen van bekistingen" is geprobeerd een eenduidig rekenmodel op te stellen door de te gebruiken rekenmethodiek te vereenvoudigen.

Door de complexiteit van de huidige TGB is het de samenstellers van dit rapport niet gelukt de eenvoud zo ver door te voeren, dat de rekenregels ook door niet-deskundigen correct zouden kunnen worden toegepast. Er blijft een zekere deskundigheid nodig bij het opstellen en toetsen van de berekeningen. Daarbij is het gebruik van de computer aan te bevelen.

Dit rapport beperkt zich tot de stalen draagconstructie onder zware vloeren van gebouwen en dekken van bruggen en viaducten. Voor de contactbekisting en de houten kinderbalken verwijzen wij naar de tussentijdse rapportage van studiecél D05- Berekeningsgrondslagen voor tijdelijke constructies. Een voorlopige conclusie van deze studiecél is gepubliceerd in "Cement" nr.5, jaargang 1996.

Stempelconstructies of stempelsystemen zijn niet beschouwd door hun veelheid aan mogelijkheden en materialen.

Naast de rekenregels voorziet dit rapport in een verklaring van de aanbevelingen en een verwijzing naar de gehanteerde formules uit de TGB 1990.

Bij het opstellen van dit rapport is gebruik gemaakt van een parallel lopend onderzoek van Holland Railconsult om te komen tot een Richtlijn nr. 1012, Berekening van ondersteuningsconstructies van bekistingen. Voor hun toestemming voor gedeeltelijke overname zijn wij hen veel dank verschuldigd.

Bij het samenstellen van het rapport is steeds getoetst of de regels, weergegeven in NEN 6770, niet zijn overschreden. Hiertoe onderhoudt de studiecél overleg met de plenaire commissie TGB, deel Staal.

Bij het uitwerken van dit rapport is de commissie gestuit op enkele specifieke zaken voor het berekenen van tijdelijke ondersteuningsconstructies, die niet in de TGB 1990 zijn geregeld en die nader onderzoek behoeven. Zo vormt de aanname van 2% voor horizontale belasting ten gevolge van wind of initiële scheefstand nog een discussiepunt. Evenals de aanname voor de excentriciteit bij oplegging van de bekisting op zgn. tooglatten of scheggen.

Andere onderwerpen die voor nadere studie in aanmerking komen, zijn:

- de excentriciteit van de scheg (tooglat); discutabel is de aangehouden 10 mm;
- de invloed van de stijfheid van de bekisting (schijfwerking) op de horizontale uitbuiging en op de kipstabiliteit van de onderslagen;
- de horizontale uitbuiging die, als gevolg van het bovenstaande aspect, eventueel leidt tot een excentrisch aangrijpen van de verticale last;
- de maximum toelaatbare afstand van de gaffelsteunen tot de oplegging;
- de praktische uitvoerbaarheid van kipschotten of gaffelsteunen nabij de opleggingen van ondersteuning, waarbij de onderslagen de moerbalk scheef kruisen;
- de invloed van wringing op de maatgevende belastingsgevallen, en dan in het bijzonder de vraag bij welke verkanting, cq. hoogte-/breedteverhouding van de onderslagen een wringingsberekening altijd noodzakelijk is.

Tot slot wordt aanbevolen de maximum toelaatbare doorbuiging van bekisting en ondersteuningsconstructies in de bestekken of ontwerpeisen vast te leggen.

Aan dit rapport hebben meegewerkt:

ing. J.J.A. Clephas		De Boer Baarn B.V., Baarn
ing. A.J. Jeurdink	secretaris	Heijmans Beton & Waterbouw, Nijkerk
ir. K. Noorlander		Gemeentewerken Rotterdam Ingenieursbureau
ing. H. van den Noort		TBI Beton- en Waterbouw Haverkort B.V., Apeldoorn
ing. J.Th.J. Remmits	mentor	Heijmans Beton & Waterbouw, Den Bosch
ing. Th.D. Wildeboer		Holland Railconsult B.V., Utrecht
ing. L. Zwetheul	voorzitter	Aann. Mij. Van Hattum en Blankevoort B.V., Woerden

2. ALGEMEEN

2.1 Uitgangspunten

Bij het opstellen van deze rapportage is uitgegaan van onderstaande uitgangspunten.

- De commissie beveelt aan te rekenen met de elasticiteitstheorie. Bij toepassing van gebruikt balkstaal (wat algemeen gebruik is bij ondersteuningsconstructies) is het namelijk niet verantwoord te rekenen met de plasticiteitstheorie i.v.m. een afwijkend vervormingsgedrag bij staal, dat eerder belast is geweest tot de vloeigrens. Het balkstaal is dan niet omkeerbaar te gebruiken.
- Teneinde de controleur en constructeur de mogelijkheid te bieden de reservecapaciteit van de ondersteuningsconstructie te beoordelen, wordt aanbevolen de toetsing van de constructie niet middels de in de TGB voorgestane unity checks uit te voeren, doch de optredende spanningen inzichtelijk te maken en spanningscontroles uit te voeren.

2.2 Calamiteiten

De controleur of de ontwerper moet zich helder voor ogen stellen, hoe de feitelijke toestand van de constructie is, zowel t.a.v. de plaatsing en eventuele bescherming van hulpsteunpunten, als van belastingen, krachtsverdeling en vervormingen.

Aspecten waar de constructeur rekening mee moet houden, zijn o.a.:

- het stortplan kan de constructie beïnvloeden;
- stalen balken zijn niet altijd recht;
- stapelingen van balken kunnen excentriciteiten bezitten die de stabiliteit in gevaar brengen;
- fundaties kunnen afwijkende zettingen vertonen;
- scheggen liggen niet vanzelf precies boven de verticale as van een onderslag;
- scheefstaande stempels veroorzaken horizontale krachten;
- stempels die niet boven elkaar staan, leveren momenten en dwarskrachten in soms nog jonge betonconstructies;
- funderingen van stempels kunnen aan het gevaar van onderspoeling door regen blootstaan.

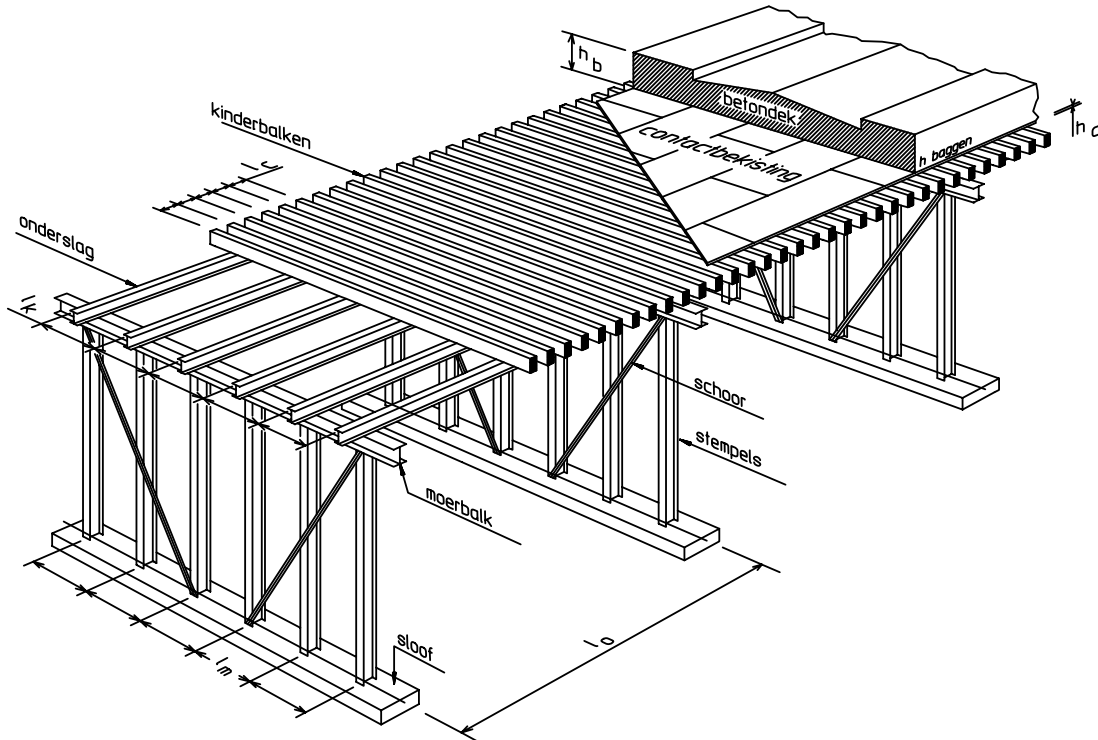
Naast bovenstaande aspecten zijn onder meer de volgende punten van belang:

- veronachtzaming van de invloed van verkanting, kip, plooi of knik;
- gebrek aan stabiliteit;
- overbelasting van de constructie;
- onzorgvuldige uitvoering;
- versleten materialen (bijv. schroefdraden);
- verminderde sterkte van materialen als gevolg van mechanische beschadigingen zoals lasspeters op hoogwaardig staal of gekraakte houten balken/systeembekisting;
- stoten, schokken en trillingen tijdens het betonstorten of door het aanrijden van steunpunten of schoren;
- ondeskundig doorstempelen;
- het niet in rekening brengen van horizontale krachten (o.a. hellingen, windbelasting, voorspanning);
- zettingen (in ondergrond) of doorbuiging of samenknijping van hout.

Kortom, elk detail is van belang voor de stabiliteit van het geheel. De samenwerking van ontwerper of controleur met de toezichthouder en de aannemer is dan ook, méér dan in andere gevallen, van het hoogste belang. Aandacht geven aan en daardoor het voorkomen van een aantal van bovenvermelde calamiteiten, wordt in deze rapportage nader behandeld.

2.3 Terminologie van bekistingsonderdelen en maatsymbolen

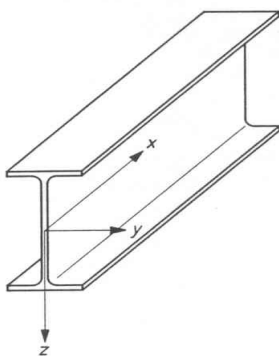
In figuur 1 zijn de namen van bekistingsonderdelen getekend.



De maatsymbolen zijn als volgt:

- h_b = hoogte van de betonconstructie
- h_c = hoogte van de contactbekisting
- l_c = overspanning van de contactbekisting
- l_k = overspanning van de kinderbalken
- l_o = overspanning van de onderslagen
- l_m = overspanning van de moerbalken

Figuur 1 Bekistingsonderdelen.



Figuur 2 x -, y - en z -as bij een I-profiel.

3. BELASTINGEN

3.1 Fundamentele combinaties

Volgens art. 6.4.2 van NEN 6702 moeten de fundamentele combinaties als volgt worden bepaald:

$$\gamma_{f,g} G_{\text{rep}} + \gamma_{f,q} \psi_t Q_{1,\text{rep}} + \sum_{i \geq 2}^n \gamma_{f,q} \psi_i Q_{i,\text{rep}}$$

waarin:

- $\gamma_{f,g}$: belastingsfactor voor het eigengewicht;
- $\gamma_{f,q}$: belastingsfactor voor veranderlijke belastingen;
- ψ_t : reductiefactor voor de extreme waarde van de veranderlijke belasting;
- ψ_i : reductiefactor voor de bepaling van de waarde van de momentane belasting;
- G_{rep} : eigen gewicht van de (bekistings)constructie;
- $Q_{1,\text{rep}}$: extreme waarde van de veranderlijke belasting volgens art. 6 van NEN 6702;
- $Q_{i,\text{rep}}$: extreme waarde van de veranderlijke belasting volgens art. 8 van NEN 6702.

Tijdens de bouwfase specificeert de NEN 6702 geen representatieve waarde voor de vloerbelasting tijdens de bouwfase. Volgens art. 6.3.1 van NEN 6702 moet daarom voor de momentaanfactoren ψ_t en ψ_i de waarde 1 worden aangehouden.

$Q_{1,\text{rep}}$ betreft bij de berekening van de bekisting het gewicht van de verse, nog niet verharde betonspecie. Nadat de specie is verhard en het een zelfdragende constructie is, wordt gesproken over het eigen gewicht van de constructie. Verse beton wordt daarentegen volgens de toelichting van art. 9.2.1.3 van NEN 6700 gerekend tot de categorie "Veranderlijke belasting".

$Q_{i,\text{rep}}$ is een waarde voor de veranderlijke belasting als gevolg van montage-, vloer-, mobiele-, regenwater-, sneeuw-, (verticale) wind- en temperatuurbelasting. Het zal duidelijk zijn dat voor deze belasting alleen de montagebelasting als gevolg van uitvoeringshandelingen in rekening zal worden gebracht.

Voorgesteld wordt hiervoor een belasting ter grootte van 1,50 kN/m² in rekening te brengen, en deze alleen toe te passen bij de berekening van de bezwijktoestand van contactbekisting, baddinghout en voor onderslagen met een overspanning kleiner dan 5,00 m. In de uitgewerkte formules wordt deze waarde aangeduid als $Q_{2,\text{rep}}$.

3.1.1 Uiterste grenstoestand bezwijken

In de bezwijktoestand voor de contactbekisting en het baddinghout dient men de volgende formule aan te houden:

$$\gamma_{f,g} G_{\text{rep}} + \gamma_{f,q} Q_{1,\text{rep}} + \gamma_{f,q} Q_{2,\text{rep}}$$

waarin:

- $\gamma_{f,g}$: belastingsfactor voor het eigen gewicht;
- $\gamma_{f,q}$: belastingsfactor voor de veranderlijke belastingen;
- G_{rep} : eigen gewicht van de bekistingsconstructie in kN;
- $Q_{1,\text{rep}}$: veranderlijke belasting t.g.v. de betonspecie in kN;
- $Q_{2,\text{rep}}$: veranderlijke belasting t.g.v. de uitvoeringshandelingen in kN.

3.1.2 Bruikbaarheidsgrenstoestand doorbuiging

Voor toetsing van de doorbuiging wordt alleen de belasting van de betonspecie in rekening gebracht. Ook de veranderlijke belasting $Q_{2,rep}$ wordt buiten beschouwing gelaten.

In de gebruikstoestand t.b.v. de doorbuiging voor de onderslagen dient men de volgende formule aan te houden:

$$\gamma_{f,q} Q_{1,rep}$$

waarin:

$\gamma_{f,q}$: belastingsfactor voor de veranderlijke belastingen;
 $Q_{1,rep}$: veranderlijke belasting t.g.v. betonspecie in kN.

3.2 Berekeningsfactoren

3.2.1 Materiaalfactor

Voor staal en stalen verbindingen voor zowel de uiterste grenstoestand als voor de bruikbaarheidsgrenstoestand wordt een materiaalfactor $\gamma_m = 1,00$ aangehouden.

3.2.2 Belastingsfactor

Volgens NEN 6702 art. 5.1.1 mogen hulpconstructies worden berekend volgens veiligheidsklasse 1 (*bouwwerken tijdens de bouwfase en hulpconstructies*). Alhoewel in het kader van deze rapportage steeds wordt gesproken over hulpconstructies, moet men wel bedenken dat voor het dragen van de verse betonmortel de bekistingsconstructie een hoofdconstructie is en dat de belasting zeer zeker zal optreden. In dezelfde norm wordt tevens gesteld dat veiligheidsklasse 1 alleen geldt als het eigen gewicht van de hoofdconstructie minder is dan $0,30 \text{ kN/m}^2$. Echter, bij de berekening van het baddinghout wordt al minimaal $0,4 \text{ kN/m}^2$ in rekening gebracht.

Een ondersteuningsconstructie voor bekistingen dient dan ook te worden berekend in veiligheidsklasse 2 (ondergeschikte ondersteuningsconstructies) of 3 (overige ondersteuningsconstructies).

In het bestek of in voorschriften zal een keuze tussen de beide veiligheidsklassen moeten worden voorgeschreven. Indien hieromtrent niets is aangegeven, kan worden gerefereerd aan NEN 6702 art. 5.1.3 waarin staat: Veiligheidsklasse 3 hanteren indien grote financiële schade, grote hoeveelheid menselijk, emotioneel of maatschappelijk leed bij calamiteiten is te verwachten.

Onder klasse 3 kan bijvoorbeeld worden verstaan:

- dekbekisting boven spoor- en verkeerswegen;
- wandbekisting naast spoor- en verkeerswegen.

Aldus dienen de volgende belastingfactoren te worden gehanteerd:

Uiterste grenstoestand:

Voor het eigen gewicht van de bekisting : belastingsfactor $\gamma_{f,g} = 1,20$

Voor de veranderlijke belastingen (o.a. het betongewicht):

Veiligheidsklasse 2 : belastingsfactor $\gamma_{f,q} = 1,30$

Veiligheidsklasse 3 : belastingsfactor $\gamma_{f,q} = 1,50$

Bruikbaarheidsgrenstoestand:

Ongeacht de veiligheidsklasse een belastingfactor $\gamma_{f,q} = 1,0$ hanteren.

3.3 Belastingen

3.3.1 Verticale belasting

- Eigen gewicht:
Voor het eigen gewicht van de bekistingconstructie (baddingen en bekistingsplaten) een belasting groot $g_{,rep} = 0,4 \text{ kN/m}^2$ hanteren.
Voor het eigen gewicht van het staalprofiel, de tabelwaarde in rekening brengen.
- Veranderlijke belasting:
Op de onderslagen $q_{2,rep} = 1,5 \text{ kN/m}^2$ in rekening brengen. Deze alleen in rekening brengen indien de overspanning van de onderslagen beperkt is tot 5,00 m.
Voor het eigen gewicht van het beton $q_{1,rep} = 25 \text{ kN/m}^3$ als een veranderlijke belasting aanhouden.

3.3.2 Bijkomende verticale belastingen

De constructeur van de bekistingconstructie moet zich te allen tijde ervan vergewissen welke belastingen op de ondersteuningsconstructie aanwezig zijn. Ook de constructeur van de te storten betonconstructie dient er rekening mee te houden dat de ondersteuningsconstructie van invloed kan zijn op de krachtsafdracht in de betonconstructie. Als voorbeeld worden onderstaande situaties aangegeven:

- Als gevolg van het voorspannen van de definitieve constructie kan de krachtsverdeling over de steunpunten veranderen. Deze belasting (zowel horizontaal als verticaal) kan worden beperkt door de hulpconstructie tussen de verschillende spanfasen te lossen. Hieraan moet in de berekening van de ondersteuningsconstructie aandacht worden besteed.
- Het te kiezen stortplan kan van invloed zijn op de ondersteuningsconstructie.
- Het ontkisten kan onvoorziene, bijkomende belastingen opwekken.

3.3.3 Horizontale belasting

Horizontale belasting op een vloerbekisting of betondek kan optreden als gevolg van:

- het voorspannen van de constructie;
- scheefstand van stempels;
- excentrisch belaste ondersteuning;
- excentrische stortbelasting;
- het stoten door kubels of pompleidingen;
- ongelijke zettingen;

Een exacte waarde van deze belastingen is moeilijk aan te geven en maakt nader onderzoek noodzakelijk.

Hierom wordt voorgesteld de maatgevende waarde van de navolgende belastinggevallen in rekening te brengen:

- een horizontale belasting ter grootte van 2% van de verticale belasting;
- de windbelasting conform NEN 6702 plus 1% van de verticale belasting.

Verder moet de eventuele verkanting van de liggers **altijd** in rekening worden gebracht.

Volgens art. 8.6 van NEN 6702 moet de windbelasting met de volgende formule worden bepaald:

$$p_{w,\text{rep}} = C_{\text{dim}} \cdot C_{\text{index}} \cdot p_w$$

waarin:

- $p_{w,\text{rep}}$: windbelasting door winddruk, -zuiging en -wrijving en over- en onderdruk in kN/m^2 ;
 C_{dim} : windfactor, afhankelijk van de afmetingen van de constructie, zie NEN 6702, tabel 11;
 C_{index} : windfactor, kan de volgende onderdelen bevatten:
 C_{pe} : windfactor tegen verticale vlakken van de bekisting;
 C_{f} : wrijvingsfactor langs de horizontale vlakken;
 p_w : extreme waarde van de stuwdruk, zie NEN 6702, tabel 10.

Ter vereenvoudiging wordt voorgesteld een representatieve waarde voor de windbelasting $p_{w,\text{rep}}$ ter grootte van $1,5 \text{ kN/m}^2$ te hanteren, over een strookbreedte gerekend van onderkant onderslag tot bovenkant zijbekisting.

De horizontale druk op de rand- of wandbekisting kan bepaald worden met het gestelde in de NEN 6722 : 2002.

4. MATERIAALEIGENSCHAPPEN

In het algemeen zullen voor stalen onderslagen, moerbalken en balken staalsoorten volgens de NEN-EN 10025 S235 (oud Fe360) worden toegepast.

Terughoudend moet men omgaan met balkmateriaal dat vrijkomt uit sloopwerk. Van deze balken is niet altijd met zekerheid vast te stellen dat een staalkwaliteit S235 wordt aangetroffen. Een kwaliteit Fe 310 "handelskwaliteit" is mogelijk. De juiste staalkwaliteit is na te gaan met een eenvoudige proef, de zogenaamde POLDI-hamer (zie figuur 3).

Voor S235 zijn als representatieve waarden aangegeven:

Buigsterkte, vloeigrens	$f_{y,rep}$: 235 N/mm ²
Elasticiteitsmodulus	$E_{,rep}$: 210000 N/mm ²

De te hanteren materiaalfactor bedraagt 1,0

Indien eventueel balken met een afwijkende staalkwaliteit moeten worden toegepast, dient te worden aangetoond, dat de staalkwaliteit zodanig is als in de berekening is aangenomen. De representatieve waarden voor deze hogere kwaliteit zijn terug te vinden in art. 9.1.2 van NEN 6770.

Bij toepassing van hogere staalkwaliteiten is oplettendheid geboden bij laswerkzaamheden. (Let op lasbaarheid van het materiaal.)



Figuur 3

5. VERVORMINGEN

De doorbuiging wordt in principe alleen getoetst op buiging om de sterke as. Bij dekken met een verkanting dient men ook de horizontale doorbuiging van de liggers te beschouwen.

Voorgesteld wordt de maximale doorbuiging van betonplex, kinderbalken, onderslagen en moerbalken te beperken tot elk 1/400 van de overspanning. Tevens mag de maximale doorbuiging een waarde groter dan 50 mm niet overschrijden. Hiervoor is gekozen teneinde de hoogte van de tooglat te beperken.

Het kan gewenst zijn de doorbuiging te beperken. Hierbij spelen onder meer de navolgende overwegingen een rol:

- De stalen onderslagen oefenen een kracht uit op de onderzijde van de betonconstructie ter grootte van het eigen gewicht van deze constructie. Door het aanbrengen van de (eigen gewichts-)voorspanning op de betonconstructie kan, zonder de bekisting af te laten, de opwaartse druk te groot worden en schade aan het brugdek berokkenen.
- Bij hoge constructies (koker- of trogliggers) met een hoogte van 2,50 m of meer kan een grote doorbuiging zorgen voor scheurvorming in het verhardende onderste beton. Hoewel schade hieruit niet echt is aangetoond, wordt aangeraden er terughoudend mee om te gaan en de maximale doorbuiging te beperken.
- Bij verspringende steunpunten kan het gewenst zijn de doorbuiging van de langsliggers te beperken omdat in dwarsrichting dan een ongelijke doorbuiging optreedt.

Het wordt aangeraden voorafgaand aan het ontwerpen van een ondersteuningsconstructie in goed overleg tussen de constructeur van de betonconstructie en de ontwerper van de bekistingsondersteuning tot een eis voor de doorbuiging te komen.

In het algemeen zal in de bestekken de te hanteren doorbuigingseis moeten zijn verwoord.

6. TOETSING ONDERSLAGBALKEN

Met de belastingen uit hoofdstuk 3 kunnen de onderslagbalken gecontroleerd worden. Er dient aan de voorwaarden vermeld in NEN 6770 te worden voldaan. Achtereenvolgens zullen in dit hoofdstuk de verschillende aspecten van de berekeningsgang worden toegelicht.

6.1 Bruikbaarheidsgrenstoestand

De doorbuigingseis luidt: $u_z \leq u_{\max} = 1/400 L$ met overspanningen tot 20,00 m¹ en $u_{\max} \leq 50$ mm.

$$u_z = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_v \cdot \ell^4}{E \cdot I_y}$$

en

$$u_y = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_h \cdot \ell^4}{E \cdot I_z}$$

De doorbuigingsformules gelden voor de meest voorkomende situaties, een ligger op twee steunpunten met een gelijkmatig verdeelde belasting, waarbij voor de belastingsfactor $\gamma = 1,0$ wordt aangehouden. Bij liggers over meerdere steunpunten, of bij overstekken, moet de bijbehorende doorbuigingsformule worden gebruikt.

Hierbij moet rekening gehouden worden met het stortplan.

Er moet bijvoorbeeld rekening mee worden gehouden, dat een belast veld A naast een niet belast veld B niet volledig terugkomt, nadat dit onbelaste veld B ook gestort is.

Tevens rekening houden met de gevolgen van de doorbuiging bij hoge constructies (bijv. trog- of kokerliggers). Ook met de gevolgen van het niet samenvallen van definitieve en tijdelijke steunpunten rekening houden.

6.2 Uiterste grenstoestand

De optredende normaalkrachten, dwarskrachten en momenten in de verschillende assen dienen te worden bepaald. De momenten om de Y- en Z-as zijn m.b.v. onderstaande formules te bepalen:

$$M_{y;s;d} = \frac{1}{8} \cdot q_v \cdot \ell^2$$

$$M_{z;s;d} = \frac{1}{8} \cdot q_h \cdot \ell^2$$

waarin:

$M_{s;d}$: rekenwaarde van het buigend moment;

ℓ : overspanning van de onderslag;

q : rekenwaarde van de belasting, hierbij de belastingsfactor uit par. 3.2.2 hanteren.

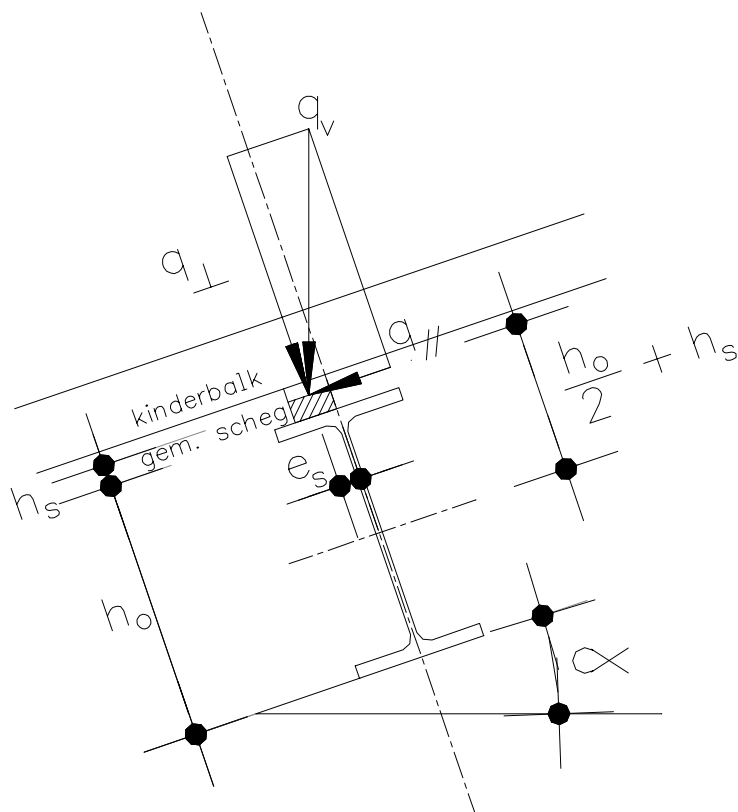
Deze formules gelden uiteraard voor statisch bepaalde liggers. Indien statisch onbepaalde liggers worden gebruikt, kan eventueel met behulp van een liggerprogramma de momentenverdeling in de ligger worden bepaald. Hierbij rekening houden, dat één veld al volledig belast kan zijn, terwijl het naastgelegen veld niet afgestort hoeft te zijn.

Voor het moment om de X-as ($M_{x,s;d}$ wringing) geldt het volgende:
ten gevolge van een aantal factoren ontstaan wringende momenten in de onderslag:

- ten gevolge van de (eventuele) verkanting van de onderslag;
- ten gevolge van de schegexcentriciteit;
- ten gevolge van het verplaatsen van het aangrijpingspunt van de horizontale belasting van de bovenflens naar het oplegpunt van de ligger, zijnde de onderflens;
- ten gevolge van het o.a. zijwaarts uitbuigen van de ligger onder de horizontale belasting en andere tweede-orde-effecten.

Ad a. (ten gevolge van de (eventuele) verkanting van de onderslag)

De verticale belasting gaat ten gevolge van de (eventuele) verkanting, niet meer door het zwaartepunt van de doorsnede. Zie figuur 4.



Figuur 4 Verticale belasting niet door het zwaartepunt van de doorsnede.

Indien q_v rechtstreeks op de onderslag zou aangrijpen, geeft $q_{//}$ een wringend moment ($q_{//} \cdot \frac{1}{2}h_o$). In werkelijkheid bevinden zich tussen de onderslag en de baddingen nog scheggen, waarvan de hoogte over de lengte van de onderslag verloopt. De gemiddelde hoogte van de scheg wordt in rekening gebracht, h_s . Voorgesteld wordt hiervoor een waarde van 50 mm aan te houden.

Samenvattend:

$$q_{//} = \text{tg} \alpha \cdot q_v$$

$$m_{x;s;d;verkanting} = \text{tg} \alpha \cdot q_v \cdot \left(\frac{h_o}{2} + h_s \right) \text{ kNm/m}^1$$

Ad b. (ten gevolge van de schegexcentriciteit)

Ten gevolge van een excentriciteit van de scheg gaat de verticale belasting niet meer door het zwaartepunt van de liggerdoorsnede.

Het torsiemoment is groot:

$$m_{x;s;d;scheg} = q_v \cdot e_s \text{ kNm/m}^1$$

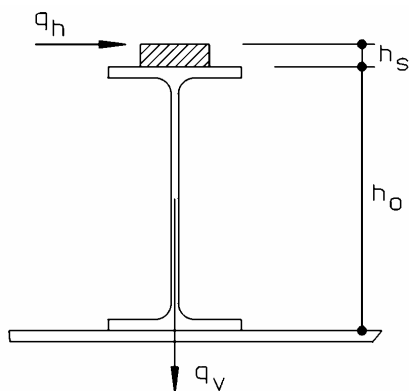
Hierin is e_s de schegexcentriciteit; hiervoor wordt voorgesteld 10 mm aan te houden.

Ad c. (ten gevolge van het verplaatsen van het aangrijpingspunt van de horizontale belasting van de bovenflens naar het oplegpunt van de ligger, zijnde de onderflens)

q_h geeft een torsiemoment ten gevolge van het verplaatsen van deze belasting naar de neutrale lijn. De belasting grijpt aan bovenaan de scheg en wordt dus verplaatst over

$$\frac{h_o}{2} + h_s$$

Zie figuur 5.



Figuur 5

Het torsiemoment in de ligger is dus groot:

$$m_{x;s;d;(q_h)} = q_h \left(\frac{h_o}{2} + h_s \right) \text{ kNm/m}^1$$

met q_h minimaal 2% van q_v

Ad d. (ten gevolge van het o.a. zijwaarts uitbuigen van de ligger onder de horizontale belasting en andere tweede-orde-effecten)

Door de voorgaande eerste-orde-momentbijdragen verplaatst de bovenflens zich en daarmee het aangrijpingspunt van de verticale belasting. Er ontstaat dus een extra wringend moment dat iteratief bepaald moet worden, omdat het zelf ook de vervormingen weer doet toenemen.

De verplaatsing van de bovenflens is samengesteld uit:

- een verplaatsing t.g.v. de aanwezige horizontale belasting q_h
- een verplaatsing t.g.v. het wringende moment $M_{x;s;d}$
- een verplaatsing t.g.v. de excentriciteit van de horizontale oplegkracht

Vanwege de onbekendheid van enkele grootheden wordt eenvoudigheidshalve gesteld:

$$m_{x;s;d;tweedeorde} = 0,01q_v \frac{(\alpha q_v + q_h) \ell^4}{2 E I_f} \text{ in kNm/m}^1$$

waarin:

I_f : het traagheidsmoment van de flens

Het wringend moment verdeeld over de ligger is dus groot:

$$m_{x;s;d} = m_{x;s;d;verkanting} + m_{x;s;d;scheg} + m_{x;s;d;(q,h)} + m_{x;s;d;tweede\ orde}$$

Het torsiemoment ter plaatse van de oplegging in de neutrale lijn van de ligger moet nog worden vermenigvuldigd met $\frac{1}{2} \ell$.

$$M_{x;s;d} = \frac{1}{2} \ell \left[\alpha q_v \left(\frac{h_o}{2} + h_s \right) + q_v \cdot e_s + q_h \left(\frac{h_o}{2} + h_s \right) + 0,01q_v \frac{(\alpha q_v + q_h) \ell^4}{2 E I_f} \right] \text{ kNm.}$$

6.3 Toetsing van de doorsnede

Voor een ondersteuningsconstructie past men doorgaans gebruikte balken toe. Het gevolg is onbekendheid met het materiaal en mogelijk afwijkend vervormingsgedrag. Daarom moet men in aanvulling op het bepaalde in NEN 6770 altijd uitgaan van een spanningsverdeling volgens de elasticiteitstheorie.

Bij het controleren van de doorsneden adviseert de commissie de optredende materiaalspanningen uit te rekenen en deze te vergelijken met de rekenwaarde van de (vloei-) spanningen.

In een balkdoorsnede werken, in het meest algemene geval, zes belastingsvectoren, en wel:

1. normaalkracht ($N_{s;d}$)
2. dwarskracht horizontaal ($V_{y;s;d}$)
3. dwarskracht verticaal ($V_{z;s;d}$)
4. buigend moment om de horizontale as ($M_{y;s;d}$)
5. buigend moment om de verticale as ($M_{z;s;d}$)
6. wringend moment om de balkas. ($M_{x;s;d}$)

In principe kunnen al deze krachten gelijktijdig in een doorsnede werken. Of dit al dan niet het geval is, is afhankelijk van de situatie. Zo zijn voor een statisch bepaald opgelegde balk met een gelijkmatig verdeelde belasting het buigend moment in het midden en de dwarskracht bij de oplegging de maatgevende belastingen van de desbetreffende doorsneden.

6.3.1 Normaalkracht

De spanningen ten gevolge van de normaalkracht zijn eenduidig te bepalen en constant over de totale doorsnede

$$\sigma = \frac{N_{s;d}}{A}$$

6.3.2 Buigende momenten

Buigende momenten worden over de doorsnede verdeeld volgens de klassieke regel:

$$\sigma_{y;s;d} = \frac{M_{y;s;d}}{W_{y;el}} \text{ om de horizontale as}$$

en

$$\sigma_{z;s;d} = \frac{M_{z;s;d}}{W_{z;el}} \text{ om de verticale as.}$$

6.3.3 Dwarskrachten

Er zijn twee dwarskrachtvectoren, één gericht volgens de Y-as en één volgens de Z-as. Algemeen geldt dat de schuifspanningen worden bepaald door middel van de basisformule:

$$\tau = \frac{V \cdot S}{b \cdot I}$$

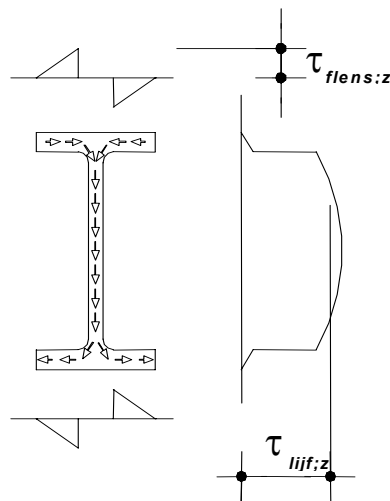
Voor de dwarskracht gericht volgens de Y-as horizontaal wordt dit dan bij grote benadering:

$$\tau_{\text{flens,y}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{y;s;d}}{2 \cdot b \cdot t_f}$$

Voor de dwarskracht gericht volgens de Z-as verticaal wordt dit dan:

$$\tau_z = \frac{V_{z;s;d} \cdot S_y}{b \cdot I_{yy}}$$

De grootheid b heeft betrekking op de afgeschoven breedte en hoeft niet per se loodrecht op de desbetreffende as te liggen. Het bovenstaande resulteert in een schuifspanningsverdeling zoals weergegeven in figuur 6.



Figuur 6

Voor de in het kader van dit rapport omschreven berekeningen is het voldoende nauwkeurig voor I-profielen om de schuifspanning in het lijf te bepalen met de formule:

$$\tau_{lijf;z} = \frac{V_{z;s;d}}{(h - 2t_f) \cdot t_w}$$

Voor de flenzen geldt voor het maximum bij grote benadering:

$$\tau_{flens;z} = \frac{\tau_{lijf} \cdot t_w}{2 \cdot t_f}$$

6.3.4 Wringing

Onderslagbalken worden op wringing belast door uitwendige belastingkoppels die in het algemeen ontstaan door excentrische aangrijpende belastingen.

Als gevolg van het wringend moment treden in de verschillende doorsneden van de onderslagbalk schuif- en buigspanningen op. In appendix C wordt nader op de achtergronden van de theorie ingegaan. In principe zijn er twee verschijnselen, namelijk wringing volgens de Saint-Venant en welvingswringing.

Bij wringing volgens de St.-Venant blijft bij de meeste doorsnedevormen de staafdoorsnede niet vlak. Dit niet vlak blijven heet verwelven. Indien dit verwelven niet verhinderd wordt, treedt alleen wringing

volgens de St.-Venant op. Alleen voor bijzondere doorsnedevormen (b.v. cirkelvorming) treedt geen verwelving op.

Verhinderend van verwelving ontstaat doordat de doorsnede in meer of mindere mate wordt gedwongen vlak te blijven. Bij praktische staven treedt dit in hoofdzaak op als gevolg van veranderingen in het wringend moment. Het staafdeel met een lager wringend moment verwelft minder dan het aansluitende staafdeel met een hoger wringend moment. Als gevolg hiervan ontstaat een samenstel van langsspanningen die in axiale zin in evenwicht zijn, maar in de doorsnede van b.v. een I-profiel buigende momenten in de flenzen om de z-as veroorzaken. De buigende momenten in onder- en bovenflens zijn gelijk maar tegengesteld van teken. Dit moment staat bekend als bi-moment en heeft de waarde Fl^2 . Voor het buigend moment in de flenzen moet dit bi-moment gedeeld worden door de h.o.h. afstand van de flenzen.

Bij onderslagbalken zijn twee doorsneden maatgevend n.l. in het midden van de overspanning en ter plaatse van de opleggingen.

De berekening wijkt enigermate af van die in de TGB, omdat de werkgroep voor onderslagbalken uitgaat van een elastische berekening. Daartoe wordt in dit geval in een aantal markante punten de optredende spanning bepaald.

6.3.4.1 Verdeling wringende momenten

De wringende momenten zijn voor een prismatische balk maximaal ter plaatse van de opleggingen. De verdeling over de lengte is enerzijds bepaald door het evenwicht en anderzijds door de condities ter plaatse van de opleggingen.

Bij symmetrische belastingen is het wringende moment in het midden van de balk gelijk aan nul. Bij opleggingen is het gelijk aan de helft van de totale uitwendige torsiekoppels, mits de oplegcondities aan de beide zijde hetzelfde zijn.

De notaties zijn conform de notaties in artikel 11.2.5 uit de NEN 6770.

Aangezien de werkgroep gekozen heeft voor een benadering waarbij elastisch wordt gerekend, worden de spanningen als gevolg van deze momenten resp. met σ of τ en identieke subscripten aangeduid.

Het totale wringende moment in een doorsnede $M_{x;s;d}$ wordt in iedere doorsnede verdeeld in een drietal componenten, n.l.

St.-Venant wringing $M_{x;wr;s;d}$

Welfmoment $M_{x;wl;s;d}$

Bi-moment $M_{x;B;s;d}$

Deze momenten worden uit het totale wringende moment op de ligger ($M_{x;t;d}$) bepaald door middel van de volgende uitdrukkingen:

Saint Venant wringing $M_{x;wr;s;d} = \alpha_{T;wr} \cdot M_{x;t;d}$

Welfmoment $M_{x;wl;s;d} = \alpha_{T;wl} \cdot M_{x;t;d}$

Bi-moment $M_{x;B;s;d} = \alpha_{T;B} \cdot M_{x;t;d} \cdot L$

Op identieke wijze is de maximale hoekverdraaiing te bepalen:

$$\varphi_{\text{midden}} = \alpha_{\text{midden}} \cdot M_{x;t;d} \cdot L^2$$

De grootte van de factor α wordt bepaald door de geometrische verhoudingen van de profieldoorsnede. Deze wordt gekarakteriseerd door de karakteristieke lengte. Deze karakteristieke lengte is:

$$d = \sqrt{\frac{E_d \cdot I_{wa}}{G_d \cdot I_t}}$$

Voor de beschouwende ligger is de factor β_T de parameter die de grootte α_T bepaalt.

Deze factor is gelijk aan: $\beta_T = L/d$

De waarde van α is in bijlage A gegeven.

In bijlage C is aangegeven hoe de factor α worden bepaald.

6.3.4.2 Spanningen ten gevolge van wringende momenten

De spanningen als gevolg van de drie componenten van het totale wringende moment in de doorsnede van een I-profiel worden als volgt bepaald.

a. Ten gevolge van St.-Venant, zie figuur 7.

Langs de rand van de flens:

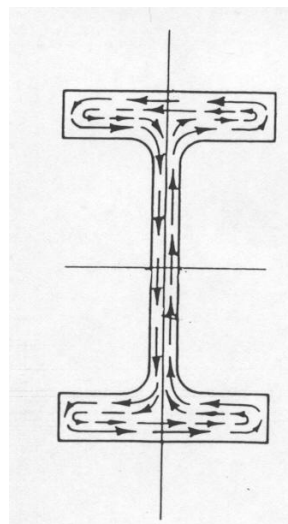
$$\tau_{x;wr;s;d} = \frac{M \cdot t_f}{I_t}$$

$$\tau_{x;wr;s;d} = \frac{M_{x;wr;s;d} \cdot t_f}{\sum(\frac{1}{3} \cdot b \cdot t^3)}$$

Langs de rand van het lijf:

$$\tau_{x;wr;s;d} = \frac{M \cdot t_w}{I_t}$$

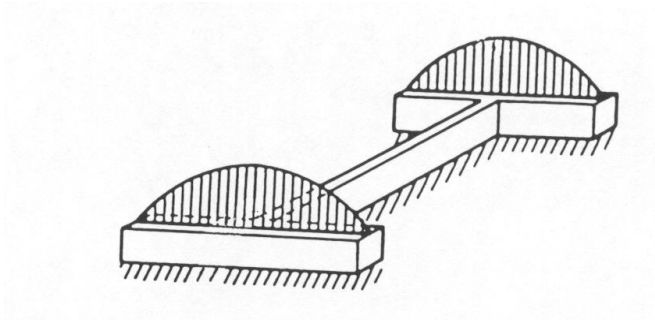
$$\tau_{x;wr;s;d} = \frac{M_{x;wr;s;d} \cdot t_w}{\sum(\frac{1}{3} \cdot b \cdot t^3)}$$



Figuur 7

- b. Ten gevolge van verwelving, zie figuur 8.

$$\tau_{x;wl;s;d} = \frac{\frac{3}{2} \cdot M_{x;wl;s;d}}{(h - t_f) \cdot b \cdot t_f}$$



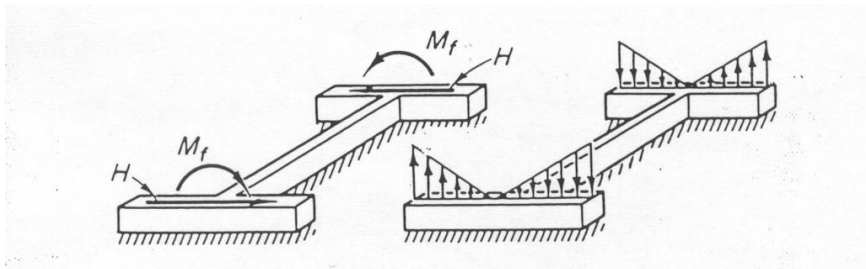
Figuur 8

- c. Ten gevolge van het bi-moment, zie figuur 9.

$$\sigma_{x;B;s;d} = \frac{M_{x;B;s;d}}{W_{x;B;el}}$$

$$\sigma_{x;B;s;d} = \frac{M_{x;B;s;d}}{\frac{1}{6} \cdot b^2 \cdot t_f \cdot (h - t_f)}$$

$W_{x;B;el}$ = elastisch weerstandsmoment ten aanzien van het bi-moment om de X-as.



Figuur 9

6.3.5 Combinatie van spanningen

De combinatie van spanningen is relevant in twee doorsneden, n.l. het midden van de balk voor buigspanningen en de oplegging voor schuifspanningen en bij overstekken voor schuif- en buigspanningen.

Bij een ligger op 2 steunpunten geldt (onder invloed van een gelijkmatig verdeelde belasting!):

Bij $M_{s;d;max}$: $V = 0$ (in het veldmidden)

Bij $V_{s;d;max}$: $M = 0$ (ter plaatse van de oplegging)

Bij tussensteunpunten van doorgaande liggers, dan wel overstekken, zijn zowel dwarskracht als moment in dezelfde doorsnede aanwezig en ongelijk aan nul.

6.3.5.1 Het midden van de balk

De spanningen in het midden van de balk zijn een combinatie van alle optredende buigspanningen ($\tau = 0$), dus van:

- spanning ten gevolge van buiging om de y-as
- spanning ten gevolge van buiging om de z-as
- spanningen ten gevolge van het bi-moment

dus:

$$\sigma = \frac{M_{y;s;d}}{W_{y;el}} + \frac{M_{z;s;d}}{W_{z;el}} + \sigma_{x;B;s;d}$$

6.3.5.2 Opleggingen zonder overstek

Bij opleggingen moeten zowel de schuifspanningen in het lijf als in de flens gecontroleerd worden.

a. Schuifspanningen in het lijf

De schuifspanning in het lijf is opgebouwd uit de volgende componenten:

- schuifspanning ten gevolge van $V_{z;s;d}$
- schuifspanning ten gevolge van St.-Venant

De totale schuifspanning in het lijf is dan:

$$\tau = \tau_{lijf;z} + \tau_{x;wr;s;d}$$

b. Schuifspanningen in de flens

De schuifspanning in de flens is opgebouwd uit de volgende componenten:

- schuifspanning ten gevolge van $V_{z;s;d}$
- schuifspanning ten gevolge van $V_{y;s;d}$
- schuifspanning ten gevolge van St.- Venant
- schuifspanning ten gevolge van welfmoment

De totale schuifspanning in de flens is dan:

$$\tau = \tau_{flens;z} + \tau_{flens;y} + \tau_{x;wr;s;d} + \tau_{x;wl;s;d}$$

6.3.5.3 Opleggingen met overstek (combinatie van dwarskracht en moment)

Verwezen wordt naar art. 11.4 van NEN 6770, betreffende spanningen veroorzaakt door combinaties van krachten (normaal- en dwars-), momenten en torsie.

Voor combinaties zonder torsie wordt verwezen naar art. 11.3 met de bijbehorende interactieformules.

De veroorzaakte spanningen in de doorsnede moeten voldoen aan de volgende voorwaarden:

$$\frac{\sigma_{s;d}}{f_{y;d}} \leq 1 \quad \frac{\tau_{s;d}}{\tau_{y;d}} = \frac{\tau_{s;d} \cdot \sqrt{3}}{f_{y;d}} \leq 1 \quad \frac{\sigma_{vgl;s;d}}{f_{y;d}} \leq 1$$

Bij lijven van op buiging belaste dubbel symmetrische I-vormige doorsneden, waarbij spanningen berekend zijn met de elasticiteitstheorie, geldt:

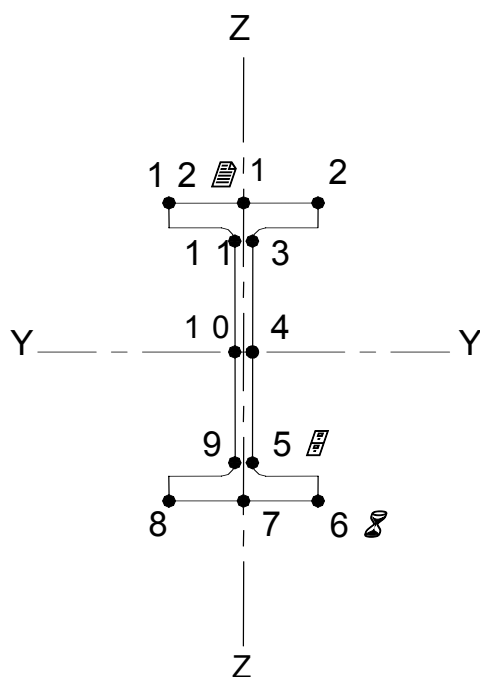
$$\frac{\sigma_{vgl;s;d}}{1,2 \cdot f_{y;d}} \leq 1$$

Gezien de uitgangspunten van dit rapport, zal dus in het algemeen deze laatste toets van toepassing zijn. Voor een vlakke spanningstoestand geldt:

$$\sigma_{vgl;s;d} = \sqrt{\sigma_{z;s;d}^2 + \sigma_{y;s;d}^2 - \sigma_{z;s;d} \times \sigma_{y;s;d} + 3\tau_{zy;s;d}^2} \leq 1$$

NB: De indices hebben hier betrekking op het assenstelsel van de vlakspanningstoestand en niet op de gebruikte indices van de diverse formules in dit rapport.
 (Deze zijn gebaseerd op het lokale assenstelsel van het liggerprofiel.)
 De index "zy" ,genoemd bij dwarskracht, staat voor schuifspanningen ten gevolge van krachten in het "zy-vlak"

In een profiel zijn elementair twaalf punten aanwezig, die ieder voor zich aan de bovenstaande toets onderworpen kunnen worden. Zie figuur 10.



Figuur 10

Bij een ligger belast door een zowel horizontale als verticale belasting, hebben de afzonderlijke spanningscomponenten invloed op de volgende punten (zie tabel 1).

Tabel 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Toelichting hfdst.
$\sigma_{y;s;d}$	◆	◆	◆		◆	◆	◆	◆	◆		◆	◆	6.3.2.
$\sigma_{z;s;d}$		◆				◆		◆				◆	6.3.2.
$\sigma_{x;B;s;d}$		◆				◆		◆				◆	6.3.4.2.
$\Sigma \sigma$		◆				◆		◆				◆	6.3.5.1.
$\Sigma \tau_{lijf}$			◆	◆	◆				◆	◆	◆		6.3.5.2. a
$\Sigma \tau_{flens}$	◆						◆						6.3.5.2. b

De sommatietekens betreffen een "algebraïsche" sommatie, echter in absolute zin is er van de genoemde punten altijd één, waar een maximum gevonden wordt.

6.4 Toetsing van de stabiliteit

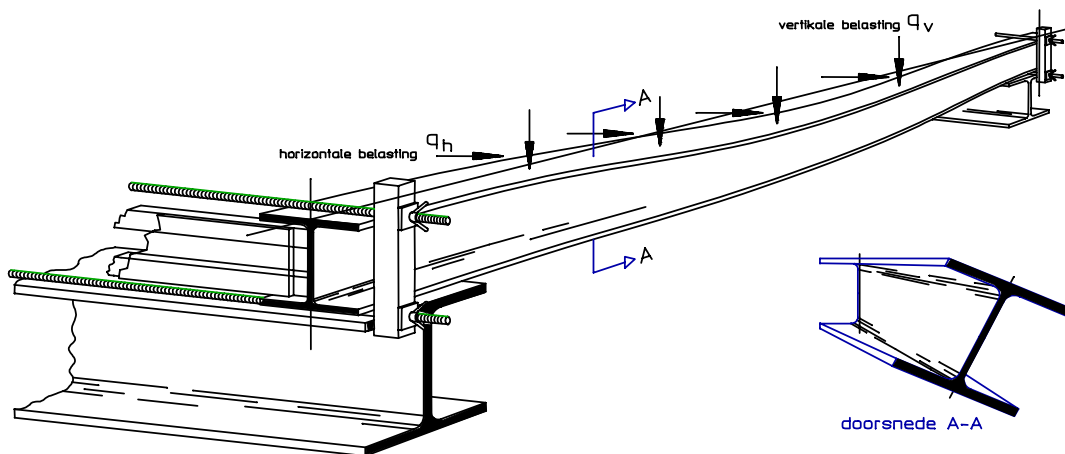
Bij de toetsing op stabiliteit van onderslagen dient de kipstabiliteit te worden onderzocht. In art. 12.2 NEN 6770 worden daarvoor rekenregels gegeven. Dit artikel geldt alleen voor walsprofielen IPE, HEA, HEB en HEM volgens NEN-EU 19 (1986) en NEN-EU 53 (1986) en voor walsprofielen en gelaste profielen met verhoudingen van doorsnedeafmetingen volgens deze normen, waarbij de belasting niet hoger dan 0,1 maal de hoogte van het profiel aangrijpt.

Tevens dienen de onderslagen ter plaatse van de oplegging, volgens het gestelde in art. 12.2.1 van NEN 6770, te zijn uitgevoerd met gaffels of met onderflensinklemmingen. Hierbij geldt dat de verhouding van de lengte van de onderslag, tussen de gaffels (l_g) en de hoogte (h) van het profiel, groter is dan of gelijk is aan 5.

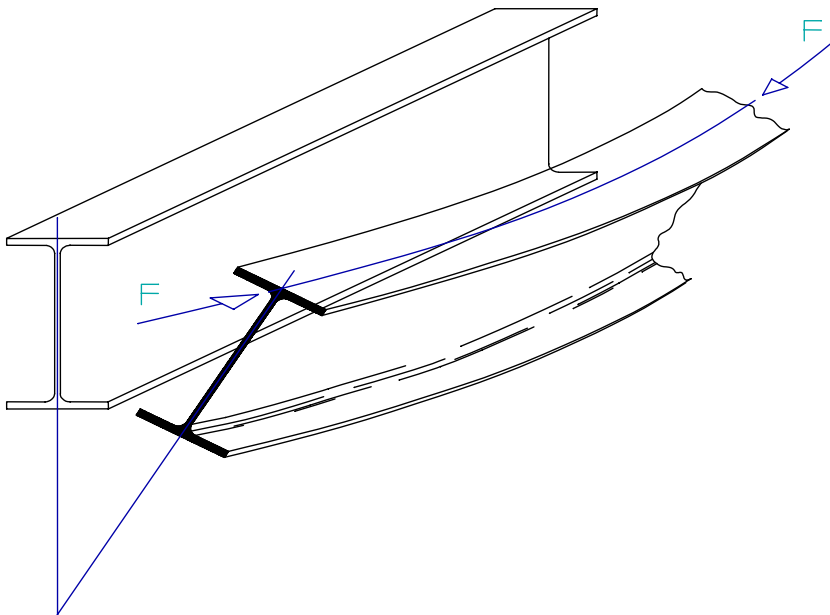
Evenals een kolom onder centrische belasting kan knikken, kan een stalen ligger onder een centrische verticale belasting kippen. Kippen is een voortijdig bezwijken als gevolg van extra buig- en wringspanningen t.g.v. tweede-ordevervormingen: zijdelings uitbuigen en rotatie. Zie figuur 11 en 12.

Verder zijn er kipbevorderende omstandigheden, zoals de horizontale belastingen die op de ligger werken. Deze veroorzaken wringende momenten en zijwaartse uitbuiging van de onderslag. De buiging om de Z-as tengevolge van de verticale component van de belasting veroorzaakt een drukkracht in de bovenrand van de onderslag, die dus moet worden beschouwd als een axiaal belaste staaf, die tevens uitbuigt om de Z-as.

Van een fysieke onderflensinklemming mag worden afgezien, als wordt aangetoond, dat de kantelstabiliteit van de oplegging is gewaarborgd volgens hoofdstuk 6.5.1



Figuur 11



Figuur 12

6.4.1 Toetsingsregel kip

Bij voorkeur moet voldaan worden aan de toetsingsregel van art. 12.2.2 van NEN 6770. Indien niet aan de toetsingsvoorwaarde kan worden voldaan, moeten of kipsteunen worden toegepast of moet de toetsing op kipstabiliteit volgens art. 12.2.2 van NEN 6771 worden uitgevoerd.

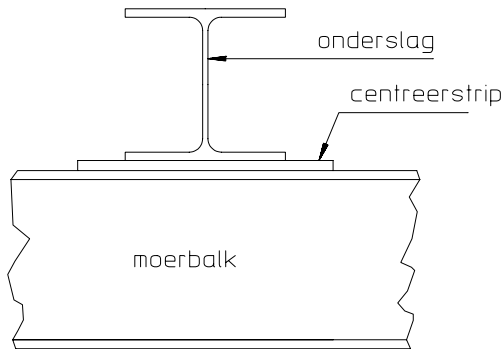
6.4.2 Ongesteunde lengte

ℓ_{\max} is de grootste ongesteunde lengte in de nabijheid van $M_{y;\max;s;d}$. In het algemeen is dit de afstand tussen de eventueel aanwezige koppelpanelen (kipsteunen) of de afstand tussen de opleggingen, indien geen koppelpanelen aanwezig zijn.

6.5 Opleggingen

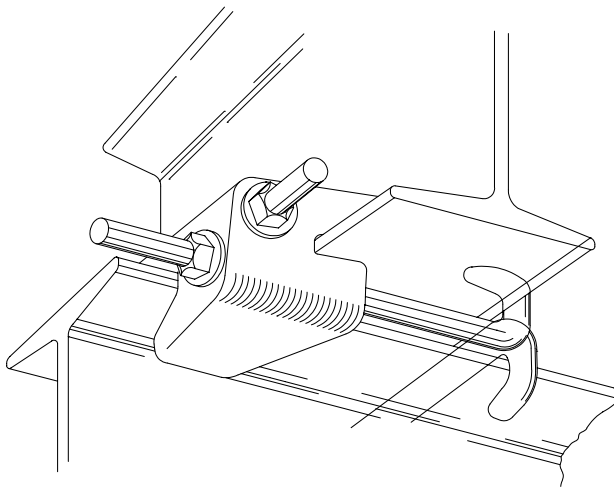
Een onderslagbalk kan op diverse manieren worden opgelegd. We onderscheiden drie oplegvormen, namelijk:

- a. Een "koud" opgelegde balk (zie figuur 13)



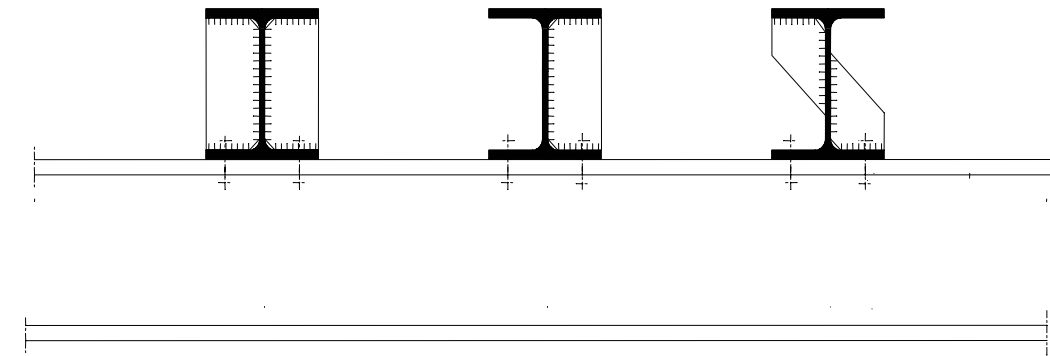
Figuur 13 Koud opgelegde balk.

- b. Een balk opgelegd met een onderflens-inklemming (zie figuur 14)
Hierbij is de onderflens door middel van een klem- of boutverbinding aan de moerbalk gekoppeld.



Figuur 14 Balk opgelegd met onderflens-inklemming.

c. Een balk met een gaffeloplegging (zie figuur 15) of daaraan gelijkwaardig (zie figuur 16a en b)

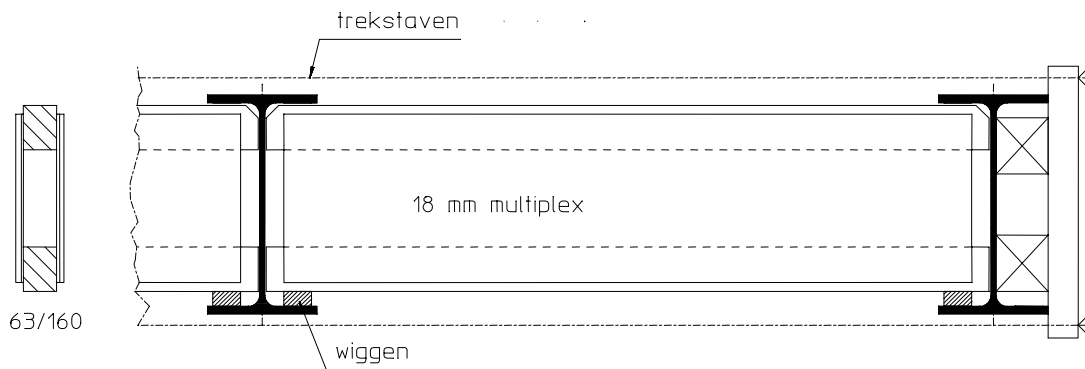


Figuur 15 Gaffelopleggingen.

Een gaffeloplegging is een oplegging, waarbij de volgende bewegingen van de ligger worden verhinderd:

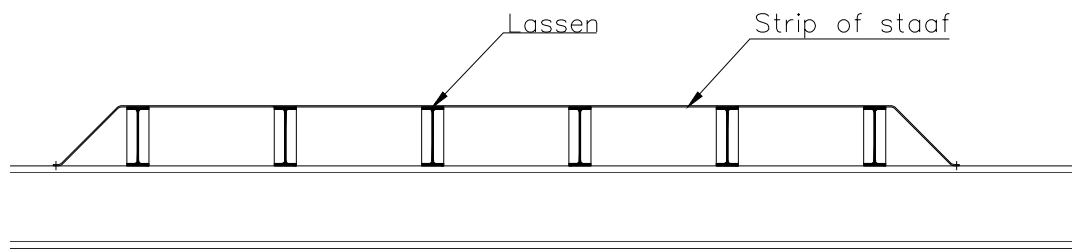
- translatie in het vlak van het lijf, haaks op de ligger (= verticale verplaatsing);
- translatie haaks op het vlak van het lijf (= translatie in de richting van de y-as);
- rotatie om de as van de ligger (rotatie om de x-as).

Een gaffeloplegging wordt bijvoorbeeld verkregen door het toepassen van een houten koppelconstructie met trekstaven (zie figuur 16a), of gekruiste staven die van de bovenflens van de ene onderslag naar de onderflens van de andere onderslag lopen.



Figuur 16a Aan gaffeloplegging gelijkwaardige opleggingen (kan tevens worden toegepast als kippsteun).

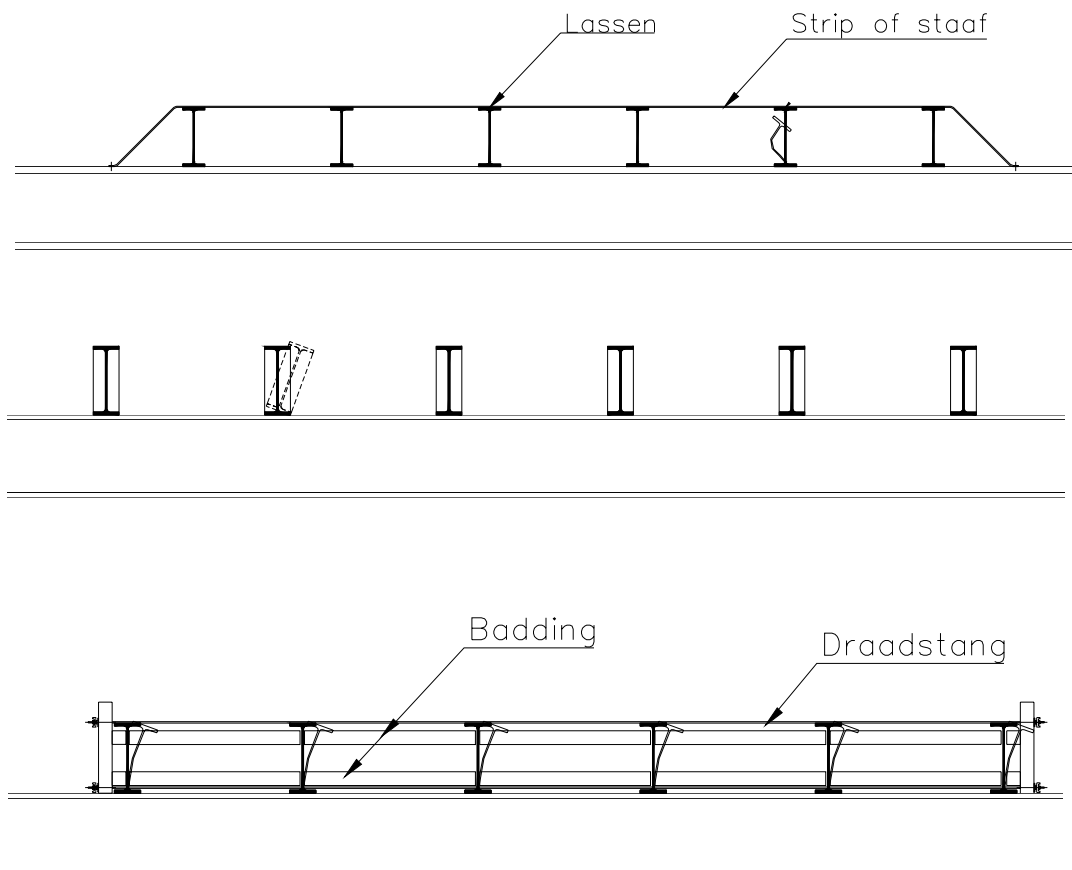
Ook door koppeling van de bovenflenzen van de onderslagen naar de moerbalk wordt een, aan een gaffeloplegging gelijkwaardige, oplegging verkregen. Tegen het uitknikken van het lijf dienen er dan wel verstijvingschotjes in de onderslagen gelast te worden (zie figuur 16b).



Figuur 16b

Om economische redenen streeft men er bij ondersteuningsconstructies naar de onderslagen "koud" (uiteraard wel via een onderlegstrip of -staaf) op de moerbalk op te leggen. Achtereenvolgens dient onderzocht te worden of kantelen van de onderslag wordt voorkomen, of de onderflens ten gevolge van de oplegreactie aan buiging onderhevig is en of het lijf van de onderslag boven de oplegging niet gaat knikken.

In figuur 17 worden enige voorbeelden getoond van opleggingen, die niet gelijkwaardig zijn aan een gaffeloplegging.



Figuur 17 Niet aan gaffeloplegging gelijkwaardige opleggingen.

Aanbevolen wordt de tolerantie voor de afstand van de gaffelsteun tot de oplegging beperkt te houden tot maximaal de liggerhoogte van de onderslag. Wel dient ter plaatse van de oplegging de krachtsinleiding in de onderslag en eventueel de moerbalk gecontroleerd te worden volgens art. 14 NEN 6770.

6.5.1 Kantelen van de onderslag

Teneinde kantelen van de onderslag te voorkomen moet aan onderstaande voorwaarde zijn voldaan (zie figuur 18):

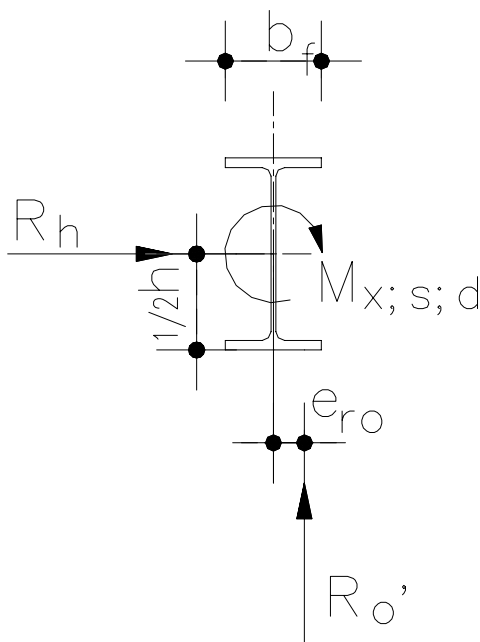
$$e_{ro} = \frac{\gamma \cdot M_{x;opl;s;d}}{R_o} \leq \frac{1}{2} b_f$$

waarin:

- γ : belastingsfactor = 2
- e_{ro} : excentriciteit van de oplegreactie R_o
- b_f : de breedte van de flens
- $M_{x;opl;s;d}$: het moment in de oplegging, bestaande uit de som van:

$$M_{x;s;d} + (R_h \cdot \frac{1}{2} h) \text{ zie hoofdstuk 6.2.}$$

Indien aan deze eis niet wordt voldaan, dienen koppelpanelen of een onderflens-inklemming te worden toegepast teneinde kantelen van de onderslag te voorkomen.



Figuur 18

Onder kantelen wordt verstaan het "omvallen" van een op de moerbalk, al of niet met een centreerstrip, opgelegde onderslagbalk.

Het verschijnsel kan optreden door eerste-ordemomenten, maar wordt versterkt door tweede-ordevervormingen t.g.v. kip en horizontale uitbuigingen door o.a. imperfectie. Het treedt plotseling op zonder dat de balk veel vervormt. Daarom wordt, indien van een nauwkeurige berekening wordt afgezien, hier een additionele veiligheidsfactor $\gamma = 2$ in rekening gebracht.

6.5.2 Rotatie van de onderslag

Aan de onderstaande voorwaarde dient te worden voldaan (zie figuur 19):

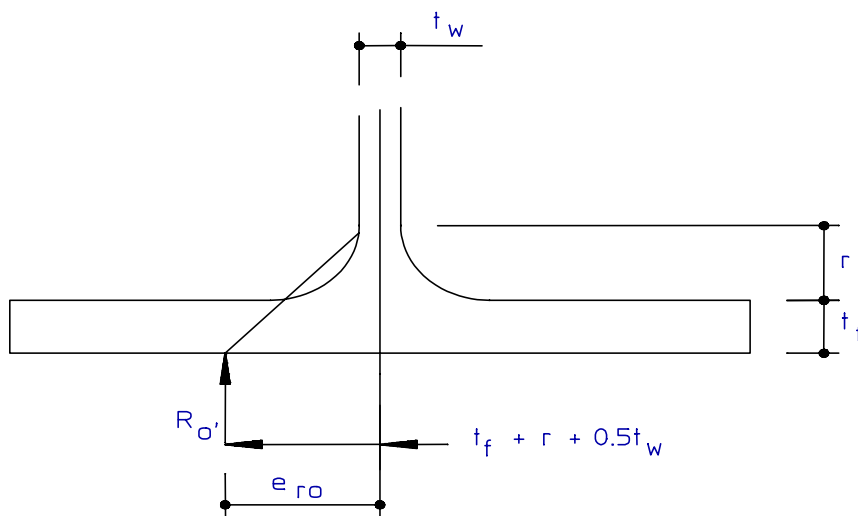
$$e_{ro} < t_f + r + \frac{1}{2}t_w$$

waarin:

e_{ro} : berekend volgens 6.5.1

r : de afrondingsstraal van het profiel

Indien aan deze voorwaarde niet wordt voldaan, dan is de onderflens t.g.v. de werking van R_o aan buiging onderhevig, waardoor de flens zich in meer of mindere mate als een wiel kan gaan gedragen. Om dit te voorkomen, moeten dan ter plekke van de opleggingen verstijvingsschotten worden aangebracht aan weerszijden van het lijf van de onderslag. Hiervoor kunnen ook hardhouten klossen met verticale vezels worden gebruikt.

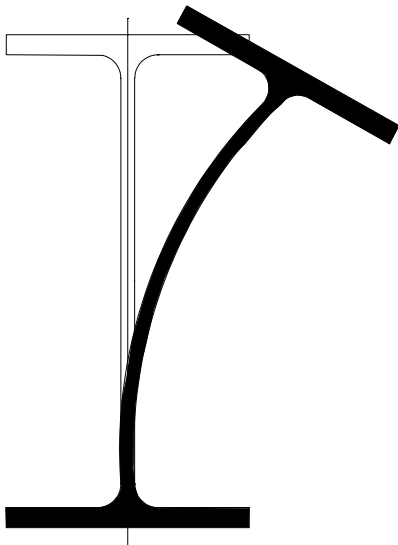


Figuur 19

6.5.3 Knikken van het lijf

De maximale oplegreactie mag bij een bepaald profiel een bepaalde waarde niet overschrijden omdat anders de mogelijkheid bestaat dat het profiel boven het steunpunt dan kan knikken voordat het profiel de rekenwaarde van de belasting kan opnemen. Getoetst moet worden of aan de voorwaarde vermeld in art. 12.2.4.1 van NEN 6770 wordt voldaan. Deze toetsing komt neer op het toetsen van de (knik-) stabiliteit van het liggerlijf boven de oplegging.

Indien aan deze voorwaarden wordt voldaan is de oplegging gelijkwaardig aan een gaffeloplegging. Wordt aan de eisen niet voldaan dan moeten ter plaatse van de opleggingen zodanige verstijvingen zijn aangebracht, dat de opleggingen als gaffelopleggingen zijn te beschouwen.



Figuur 20

6.6 Krachtsinleiding bij opleggingen en puntlasten

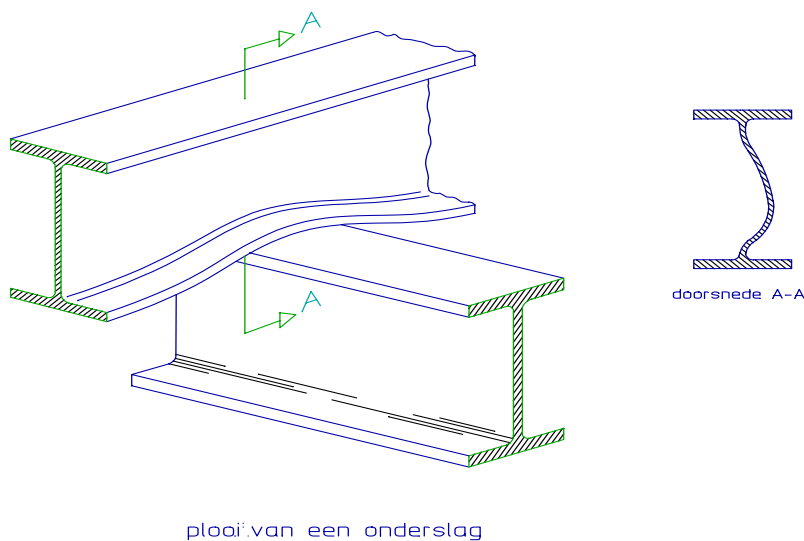
Hieronder volgen spanningscontroles waaraan bij de krachtsinleiding dient te worden voldaan.

De bedoeling van deze controles is het plaatselijk plooien van het lijf direct onder de last of boven de oplegging te voorkomen (zie figuur 21).

Achtereenvolgens wordt de spanning gecontroleerd ten aanzien van:

- vloeien van het lijf (paragraaf 6.6.1);
- lokaal plooien van het lijf (paragraaf 6.6.2);
- globaal plooien van het lijf (paragraaf 6.6.3).

Indien aan de voorwaarden niet wordt voldaan moet het profiel ter plaatse van de krachtsinleiding worden verstijfd door middel van ingelaste schotten of klossen. Ook kan een groter profiel worden gekozen.



Figuur 21

6.6.1 Vloeien van het lijf

Rekenspanning in het lijf: $\sigma_{s;1;d} = \frac{F_{s;d}}{A}$

Eis: $\sigma_{s;1;d} < f_{y;d}$

$$A = (c + d_1) t_w$$

Bij eindopleggingen geldt:

$$d_1 = t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{f;d}}{f_{y;f;d}} \right)^2}$$

$\sigma_{f;d}$ is de langsspanning in de flens.

Bij eindoplegging zonder overstekken is $\sigma_{f;d} = 0$ en de formule gaat dan over in:

$$d_1 = t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w}}$$

In andere gevallen geldt:

$$d_1 = 2t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{f;d}}{f_{y;f;d}} \right)^2}$$

en

$$b_f < 25 t_f$$

6.6.2 Lokaal plooiën van het lijf

Rekenspanning in het lijf: $\sigma_{s;2;d} = \frac{F_{s;d}}{F_{u;2;d}} \cdot f_{y;d}$

Eis: $\sigma_{s;2;d} < f_{y;d}$

Bij eindopleggingen:

$$F_{u;2;d} = 0,125 t_w^2 \sqrt{E \cdot f_{y;d}} \cdot \left(\sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \left(\frac{t_w}{t_f} \right) \cdot \left(\frac{c}{h - 2t_f} \right) \right)$$

Als de afstand van het einde van de ligger tot de krachtsinleiding groter is dan $1,5h$, dan geldt:

$$F_{u;2;d} = 0,5 t_w^2 \sqrt{E \cdot f_{y;d}} \cdot \left(\sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \left(\frac{t_w}{t_f} \right) \cdot \left(\frac{c}{h - t_f} \right) \right)$$

en

$$\frac{c}{h - 2t_f} \leq 0,2$$

6.6.3 Globaal plooiën van het lijf

Rekenspanning in het lijf: $\sigma_{s;3;d} = \frac{F_{s;d}}{A}$

Eis: $\sigma_{s;3;d} < f_{y;d}$

$$A = \omega_{\text{buc}} \cdot t_w \cdot b_{\text{ef}}$$

ω_{buc} uit NEN 6770, art. 12.1.1.4 curve c, figuur 42 of tabel 24.

$b_{\text{ef}} = \sqrt{h^2 + c^2}$ uit NEN 6770, art. 14.2.3.

6.6.4 Combinatiespanningen

Rekenspanning in het lijf: $\sigma_{s;d;\text{max}} = 0,66 \sigma_{s;2;d} + 0,66 \sigma_{y;s;d}$

Deze formule is afgeleid van NEN6770 art. 14.2-2

$\sigma_{y;s;d}$ volgens hoofdstuk 6.3.2

Voor eindoplegging zonder overstek $\sigma_{y;s;d} = 0$

Eis: $\sigma_{s;d;\text{max}} \leq f_{y;d}$

6.7 Gaffelsteunen en kipsteunen

De steunen ter plaatse van de oplettingen dienen te worden gedimensioneerd op $M_{x;s;d}$ uit art. 6.3.2. Indien bovendien in het midden van het veld een steun is toegepast om b.v. de kipstabiliteit te vergroten, dienen de steunen ter plaatse van de oplettingen op $0,5 M_{x;s;d}$ te worden gedimensioneerd.

De steun in het midden van het veld dient te worden gedimensioneerd op de grootste van de volgende krachten:

volgens art. 12.2.4.2 van NEN 6770:

$$N_{st;s;d} = 0,01 A_f \sigma_{f;s;d}$$

$$N_{st;s;d} = 0,005 A_f f_{y;d}$$

waarin:

A_f : het oppervlak van een flensdoorsnede;

$\sigma_{f;s;d}$: de rekenwaarde van de spanning in de flens ten gevolge van de belasting.

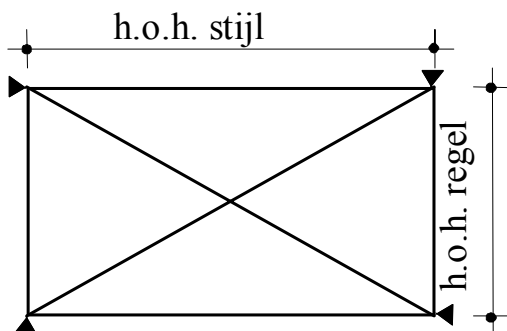
Bovendien dient te worden gecontroleerd of eventueel uit $1,25 M_{x;s;d}$ een grotere normaalkracht volgt. Indien gekozen is alleen een steun in het midden van het veld te plaatsen en geen steunen ter plaatse van de oplegging, dient deze te worden gedimensioneerd op $2 M_{x;s;d}$.

De zijdelingse steun moet zowel op de onderflens als op de bovenflens aangebracht worden. De afstand van de zijdelingse steunen tot de flenzen mag niet groter zijn dan $1/3$ van de profielhoogte.

6.7.1 Dimensionering van steunen

De steunen of koppelpanelen kunnen van hout worden gemaakt door twee baddingen in de boven- en onderflens van de onderslagen klemmend aan te brengen en de baddingen te koppelen door multiplexplaten ter weerszijden van de baddingen aan te brengen. Tussen de houten baddingen en de stalen onderslagen zijn moeilijk trekvast verbindingen te realiseren. De trekvast verbindingen zullen dan ook moeten worden verzorgd door stalen staven boven en onder de onderslagen (zie figuur 16a).

Ook kan gekozen worden voor een stalen raam, bestaande uit een boven- en onderregel en twee stijlen, voorzien van een kruis zodat een stijf geheel ontstaat (zie figuur 22).



Figuur.22

De in de boven- en onderregel of baddingen werkende trek- of drukkrachten zijn als volgt te bepalen:

$$N_{\text{horizontaal}} = \frac{M_{x;s;d}}{\text{h.o.h. regel}}$$

De in de stijlen werkende kracht of de aan de einden van de multiplexplaat werkende kracht is als volgt te bepalen:

$$N_{\text{verticaal}} = \frac{M_{x,s;d}}{\text{h.o.h. stijl}}$$

De trekkracht in de eventueel aanwezige schoren is als volgt te bepalen:

$$N_{\text{schoor}} = \sqrt{N_{\text{horizontaal}}^2 + N_{\text{verticaal}}^2}$$

6.7.1.1 Stalen onderdelen

De stalen onderdelen van het koppelpaneel dienen gecontroleerd te worden aan de hand van NEN 6770 art. 11 en 12. De verbindingen dienen gecontroleerd te worden aan de hand van NEN 6770 art. 13.

Als kniklengte, ℓ_{buc} , kan de systeemlengte worden aangehouden. De knikfactoren dienen te worden bepaald volgens art. 12.1.1.4 van NEN 6770. Afhankelijk van de staafdoorsnede, de plaatdikte, de productiewijze en de as van de staafdoorsnede is in een tabel weergegeven welke instabiliteitskromme gehanteerd dient te worden.

6.7.1.2 Houten onderdelen

De houten onderdelen van het koppelpaneel dienen gecontroleerd te worden aan de hand van NEN 6760.

Gecontroleerd dient te worden of de knikkracht in de baddingen voldoet. Van het multiplex dient gecontroleerd te worden of dit de optredende schuifspanning kan opnemen.

Vervolgens dienen de diverse verbindingen gecontroleerd te worden.

7. TOETSING MOERBALKEN

Toelichting:

Moerbalken zijn slechts een onderdeel van de totale ondersteuningsconstructie en het aantal ervan is relatief klein. Een enigszins te zwaar profiel veroorzaakt dus een betrekkelijk geringe kostenverhoging.

De buigende momenten in de moerbalk worden door de belasting én het aantal stempels bepaald. Past men evenveel stempels toe als onderslagen, dan worden de buigende momenten vrijwel nihil.

Indien men twee stempels per onderslag gebruikt, wordt aanbevolen deze dicht bijeen en symmetrisch t.o.v. de as van de onderslag te plaatsen.

Past men meer dan tweemaal zoveel stempels toe als onderslagen, dan kan de werkelijke krachtverdeling op de stempels anders zijn dan men op papier aanneemt. Het is dan beter een kleiner aantal zwaardere stempels toe te passen.

H.o.h. afstanden van stempels die veel kleiner zijn dan de h.o.h. afstand van de onderslagen, moeten worden vermeden, omdat door de betrekkelijke slapheid van de moerbalk, de stempels nabij de opleggingen van de onderslagen zwaarder worden belast dan de overige stempels.

Bij onderslagen midden in het veld van de moerbalken treden grote buigende momenten op. Bij onderslagen recht boven de stempels zullen geen buigende momenten optreden. Dan is alleen controle op plooi en knik van de moerbalk nodig. Bij onderslagen dicht naast de stempels treden in de moerbalken grote dwarskrachten op ten gevolge van puntlasten uit de onderslagen. In dat geval is het vervangen van het puntlastenstelsel door een equivalente, gelijkmatig verdeelde belasting niet aan te bevelen.

IPE-profielen zijn minder geschikt als moerbalk in verband met de knik van het lijf en met het oog op de kipstabiliteit.

7.1 Algemeen

De oplegreacties van de onderslagen moeten als puntlasten op de moerbalken worden ingevoerd. Doorgaans is het bij de berekening van de maximaal toelaatbare stempelafstanden en bij de berekening van de doorbuiging van moerbalken (bruikbaarheidsgrenstoestand) toegestaan het puntlastenstelsel in de berekening te vervangen door een equivalente, gelijkmatig verdeelde belasting.

Moerbalken moeten zowel op de plaats van de onderslagen als ook op de plaats van de stempels op plooi worden gecontroleerd.

Voor moerbalken dient men bij voorkeur een HE-profiel toe te passen.

Het is aan te bevelen de horizontale krachten in de lengterichting van de onderslagen niet op te laten nemen door de moerbalken, maar af te leiden naar de landhoofden of tussensteunpunten waar de krachten via opvullingen van b.v. klossen worden overgebracht op het beton. Indien dit niet mogelijk is, moeten deze horizontale krachten d.m.v. schoorwerken of trekstangen naar dode bedden o.i.d. worden afgeleid.

De horizontale krachten haaks op de onderslagen, dus evenwijdig aan de moerbalken, moeten door middel van schoren, die aan de stempels zijn bevestigd, naar de funderingen worden afgevoerd.

Teneinde ongewenste excentriciteiten te vermijden, moeten tussen onderslagen en moerbalken altijd centreerstrippen worden aangebracht!

7.2 Berekening

De berekeningsgang voor de moerbalken is grotendeels gelijk aan de berekeningsgang voor onderslagen. Door de oplegreacties uit de onderslagen als puntlasten op de moerbalk te plaatsen is uit het statisch schema in de verschillende sneden $M_{y;s;d}$ en $V_{z;s;d}$ te bepalen.

7.2.1 Bruikbaarheidsgrenstoestand

De doorbuigingseis luidt: $u_z \leq u_{\max} = 1/400 l$

7.2.2 Uiterste grenstoestand

Controle op buiging:

Bepalen buigspanningen $\sigma_{y;s;d}$ en $\sigma_{z;s;d}$

Voldaan moet worden aan de eis $\sigma_{y;s;d} + \sigma_{z;s;d} < f_{y;d}$

Controle op afschuiving:

Bepalen schuifspanningen $\tau_{z;s;d}$ ten gevolge van V_d en $\tau_{y;s;d}$ ten gevolge van $V_{d;hor}$

Voldaan moet worden aan de eis $\tau_{x;s;d}$ en $\tau_{y;s;d} < 0,58 f_{y;d}$

De combinaties van krachten en momenten dienen met behulp van de interactieformules van art. 11.3.1 van NEN 6770 te worden gecontroleerd.

7.2.3 Toetsing van de stabiliteit

Voldaan moet worden aan de rekenregels vermeld in art. 12.2 van NEN 6770. Deze toetsing omvat een controle van de kipstabiliteit.

De moerbalken moeten op de stempelkoppen worden vastgeklemd, zodat zij zijn te beschouwen als opleggingen met onderflensinklemmingen.

7.2.4 Krachtsinleiding bij opleggingen en puntlasten

Voor de controle van de krachtsinleiding bij de opleggingen en onder puntlasten wordt verwezen naar de controle zoals deze is omschreven in art. 6.3.6 van deze leidraad.

8. REKENVOORBEELDEN

Toelichting:

In het berekeningsvoorbeeld gaat het er niet om of respectievelijk de profilering dan wel de hart op hart afstanden optimaal gekozen zijn.

In de rekenvoorbeelden zijn de optredende spanningen gecontroleerd. Deze spanningen hebben dezelfde indices als de momenten waaruit deze volgen.

*Als gemiddelde belasting ten gevolge van. contactbekisting + "badding" wordt gesteld:
0,4 kN/m².*

Eigen gewicht stalen onderslag HEB1000 = 314 kg/m¹.

Rekenen met 3,2 kN/m¹.

Windbelasting:

In verband met onvoldoende gegevens is de exacte belasting niet te bepalen.

In dit voorbeeld wordt gerekend met 2% van de verticale belasting

Eenheden in N en mm:

q in kN/m¹ = N/mm¹

$$u = \frac{5}{384} \cdot \frac{N/mm^1 \cdot 1 \cdot m^4 \cdot 10^{12}}{2,1 \cdot 10^5 N/mm^2 \cdot cm^4 \cdot 10^4} \quad (E = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2 \Rightarrow 2,1 \cdot 10^8 kN/m^2)$$

$$\begin{aligned} \text{HEB1000:} \quad I_y &= 644748 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \\ I_z &= 16276 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Doorbuigingseis heeft betrekking op variabele belasting!

8.1 Rekenvoorbeeld 1

8.1.1 Gegevens

Dekdikte	: 1,22 m	Doorbuigingseis	: $1/600 L_{th}$
Profilering liggers	: HEB1000	Overspanning	: $L_{th} = 15,00 \text{ m}^1$
Afstand h.o.h.	: 1,00 m	Verkanting	: 2,5%

8.1.2 Te controleren

Onderslagen : Materiaal S235 (Fe 360)

8.1.3 Uitwerking

Belastingen Verticaal:

Bruikbaarheidsgrenstoestand: $q_v = 1,00 \cdot 1,22 \cdot 25 = 30,5 \text{ kN/m}^1$

Uiterste grenstoestand: $\gamma_{f,g} \cdot G_{rep} + \gamma_{f,g} \cdot Q_{rep}$
 $1,2 (0,40 + 3,20) + (1,5 \cdot 1,22 \cdot 25) = 50,0 \text{ kN/m}^1$

Belastingen Horizontaal:

Ten gevolge van: verkanting $q_h = 2,5\% \cdot q_v$
 wind $q_w = 2,0\% \cdot q_v$
 Totaal $q_h = 4,5\% \cdot q_v$

8.1.4 Controle doorbuiging

$$u_{(z)} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \ell^4}{EI}$$

Constant hierin is: $\frac{5}{384 \cdot E} = \frac{5}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 62 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^2/\text{N}$

De formule gaat over in: $u_{(z)} = \frac{62 \cdot 10^{-9} q \ell^4}{I} \text{ mm}$

Door invoer van: ℓ in m $\Rightarrow (1 \text{ m}^4 = 10^{12} \text{ mm}^4)$
 I in $\text{cm}^4 \Rightarrow (1 \text{ cm}^4 = 10^4 \text{ mm}^4)$
 q in $\text{kN/m} \Rightarrow (1 \text{ kN/m} = 1 \text{ N/mm})$

wordt de formule: $u_{(z)} = \frac{6,2 q \ell^4}{I} \text{ mm}$

$u_z = \frac{6,2 \cdot 30,5 \cdot 15^4}{644748} = 14,85 \text{ mm} \leq \frac{15000}{600} = 25 \text{ mm} \Rightarrow$ Profiel voldoet op doorbuiging.

$u_y = \frac{6,2 \cdot (0,045 \cdot 30,5) \cdot 15^4}{16276} = 26,47 \text{ mm}$

Toelichting:

*Alle gewalste profielen zijn van doorsnedeklasse 1.
Zie NEN6770 - 10.2.4.1.2. Tabel 8, (pag. 68)*

*Let op: Is afhankelijk staalsoort
Voor S355 geldt dit alleen voor HEB en HEM-profielen*

In verband met het in - het algemeen - onbekende belastingsgeschiedenis van de gebruikte hulpmaterialen, wordt gerekend met de elastische grootheden.

$$\begin{aligned} \text{HEB1000: } W_{y,el} &= 12890 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \text{ Elastisch!} \\ W_{z,el} &= 1085 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

In afwijking van NEN 6770 wordt gerekend met de spanningsniveau's in plaats van unity-checks!

(art. 12.2.1)

Het toepassingsgebied geldt voor o.a. walsprofielen, waarbij de belasting niet hoger dan $0,1 \times h$ boven de bovenflens aangrijpt.

Het toepassingsgebied is beperkt tot staven die begrensd zijn door gaffels of zijn opgelegd met onderflensinklemmingen.

*De verhouding van de lengte van de staaf (tussen de gaffels) en de profielhoogte moet zijn: $L_g/h \geq 5$
Zie ook opmerking geplaatst bij 8.1.15*

$$\begin{aligned} \text{Toelichting } \zeta_h: \text{Aangrijpen last } < 0,25 h = 250 \text{ mm} & \text{ onder bovenflens} \Rightarrow \zeta_h = 1 \\ \text{Aangrijpen last } = 0,10 h = 100 \text{ mm} & \text{ boven bovenflens} \Rightarrow \zeta_h = 1,3 \\ \text{Som} & = 350 \text{ mm} \end{aligned}$$

Stel aangrijpen last boven bovenflens op gemiddeld 30 mm \Rightarrow Lineair interpoleren tussen (250 + 30) en (250 + 100)

Bij $L_{th} = 15 \text{ m}^1$ bedraagt $\lambda_{rel} = 2,04 > 0,4$

Dus er wordt niet voldaan aan formule 12.2.3.

8.1.5 Doorsnedecontrole

Toetsing doorsnede profielklasse 1:

$$M_{y;s;d} = 1/8 \cdot 50 \times 15,00^2 = 1406,25 \text{ kNm}$$

$$M_{z;s;d} = 0,045 \cdot 1406,25 = 63,28 \text{ kNm}$$

$$V_{z;s;d} = 1/2 \cdot 50 \cdot 15,00 = 375,00 \text{ kN}$$

$$V_{y;s;d} = 0,045 \cdot 375,00 = 16,88 \text{ kN}$$

Spanningscontrole (Elastisch): Zie NEN6770 art. 11.2.3 (Buiging)

$$\sigma_{y;s;d} = \frac{1406,25 \cdot 10^6}{12890 \cdot 10^3} = 109,1 \text{ N/mm}^2 < 235 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{z;s;d} = \frac{63,28 \cdot 10^6}{1085 \cdot 10^3} = 58,3 \text{ N/mm}^2 < 235 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{(y+z);s;d} = 167,4 \text{ N/mm}^2 < 235 \text{ N/mm}^2$$

NB. Hierbij dienen spanningen t.g.v. verhinderde welving flensbuiging nog gesommeerd te worden! (Zie 8.1.13)

8.1.6 Controle kipstabiliteit:

Kipcontrole (volgens NEN 6770 art. 12.2) met opleggingen gelijkwaardig aan gaffelopleggingen:

$$\text{Toets: } \frac{\sigma_{y;\max;s;d}}{\omega_{\text{kip}}} \leq f_{y;u;d} \quad \text{Formule 12.2.3}$$

Relatieve slankheid:

$$\lambda_{\text{rel}} = \zeta \sqrt{\frac{l_{\max} \cdot h \cdot f_{y;d}}{b \cdot t_f \cdot E_d}} \quad \text{Formule 12.2.4}$$

L_{\max} = de grootste ongesteunde lengte nabij $M_{z;\max;s;d}$ (Aangehouden wordt een kipsteun in het veldmidden).

$$\zeta = 1,32\zeta_h \text{ voor profielklasse 1 en 2 ; } \zeta_h = \left(1 + \frac{280}{350} \cdot 0,3\right) = 1,24$$

$$\lambda_{\text{rel}} = 1,32 \times 1,24 \sqrt{\frac{7500 \cdot 1000}{300 \cdot 36} \cdot \frac{235}{2,1 \cdot 10^5}} = 1,443 \Rightarrow \text{Instabiliteitskromme a}$$

$$\omega_{\text{buc}} = \omega_{\text{kip}} = 0,42 - \left(\frac{0,043}{0,100}\right) \cdot 0,05 = 0,40$$

$$\frac{109,1}{0,40} = 272,8 \text{ N/mm}^2 \leq f_{y;u;d} = 235 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Niet Akkoord!}$$

\Rightarrow Toetsen volgens NEN 6771 (12.2.2/12.2.5.1 = theoretisch elastisch kipmoment) **of** meer kipsteunen toepassen.

Toelichting 8.1.7.1:

Elastische doorsnede t.b.v. opname dwarskracht in Z-as: $A = (h - 2 \cdot t_f) t_w$
(formule 11.2-13)

Profielgegevens:

HEB1000	mm
h	1000
b	300
t_f	36
t_w	19

HEB1000	mm^4
I_{yy}	$644748 \cdot 10^4$
I_{zz}	$16276 \cdot 10^4$
I_t	$1254 \cdot 10^4$
I_{wa}	$37636 \cdot 10^9$

Toelichting 8.1.9.1:

Punt 1 en 3:

Het aangrijpingspunt van de verticale belasting bevindt zich op een niveau ten opzichte van de neutrale lijn:

Halve liggerhoogte + (gemiddelde) scheghoogte. De laatste component wordt op 30 mm gesteld!

Punt 4:

Formule als aangeduid in deze richtlijn onder 6.2

Toelichting 8.1.9.2:

Karakteristieke lengte:

De component in NEN6770 formule 11.2-25 gaat uit van de reciproque waarde.

De factor β_T geeft uiteindelijk dezelfde uitkomst.

8.1.7 Dwarskracht Verticaal

8.1.7.1 Lijf

$$\tau_{z,s;d} = \frac{V_{z,s;d}}{(h - 2t_f) \cdot t_w} = \frac{375 \cdot 10^3}{(1000 - 2 \cdot 36) \cdot 19} = 21,3 \text{ N/mm}^2 < 136 \text{ N/mm}^2$$

8.1.7.2 Flens

$$\tau_{z,s;d} = \frac{\tau_{lijf} \cdot t_w}{2 \cdot t_f} = \frac{21,3 \cdot 19}{2 \cdot 36} = 5,6 \text{ N/mm}^2 < 136 \text{ N/mm}^2$$

8.1.8 Dwarskracht Horizontaal

8.1.8.1 Flens

$$\tau_{y,s;d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{y,s;d}}{b \cdot 2 \cdot t_f} = \frac{3}{2} \cdot \frac{16 \cdot 88 \cdot 10^3}{300 \cdot (2 \cdot 36)} = 1,2 \text{ N/mm}^2 < 136 \text{ N/mm}^2$$

8.1.9 Torsie

8.1.9.1 Wringend moment

1. $m_{x,s;d}$ verkanting = $(0,025 \times 50) \cdot (\frac{1}{2} h_o + h_s) = (0,025 \cdot 50) \cdot (0,50 + 0,03) = 0,66 \text{ kNm/m}^1$
2. $m_{x,s;d}$ scheg (exc.) = $50 \cdot 0,01 = 0,50 \text{ kNm/m}^1$
3. $m_{x,s;d}$ hor. bel. = $(0,020 \cdot 50) \cdot (\frac{1}{2} h_o + h_s) = (0,020 \cdot 50) \cdot (0,50 + 0,03) = 0,53 \text{ kNm/m}^1$
4. $m_{x,s;d}$ tweede orde = $0,01 \cdot 50 \cdot \frac{50 \cdot (0,025 + 0,02) \cdot 15^4}{2 \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,036 \cdot 0,30^3} = 1,67 \text{ kNm/m}^1$

$$\Sigma M_{x,s;d} = \frac{1}{2} \cdot 15,00 \cdot (0,66 + 0,50 + 0,53 + 1,67) = 25,20 \text{ kNm}$$

8.1.9.2 Verdeling over componenten

$$L_{th} = 15,00 \text{ m}^1 \quad I_t = 1254 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \quad I_{wa} = 37636 \cdot 10^9 \text{ mm}^6 \quad \frac{G_d}{E_d} = \frac{1}{2,6}$$

Karakteristieke lengte $d =$

$$\sqrt{\frac{E_d \cdot I_{wa}}{G_d \cdot I_t}} = \sqrt{2,6 \cdot \frac{37636 \cdot 10^9}{1254 \cdot 10^4}} = 2793 \text{ mm}$$

Toelichting:

$$L_{th}/d = \beta_T = 15000/2793 = 5,37$$

Uit tabel volgt:

A	0,059944	⇒	0,0599
B	0,369011	⇒	0,3690
C	0,632960	⇒	0,6330

Toelichting 8.1.9.2, 8.1.9.3 en 8.1.10:

Torsie: Vereenvoudigde methode

Ter vereenvoudiging van de gehanteerde rekenmethode, hieronder de berekening van 100% opname van het wringende moment door "St.-Venant-wringing".

Voor de "St.-Venant-wringing" wordt een onderscheid gemaakt tussen het lijf en de flenzen van het profiel.

$$W_{lijf} = I_t t_w \quad W_{flenzen} = I_t / t_f$$

De wringing ten gevolge van verhinderde welving wordt opgenomen door buiging in de flenzen.

$$M_{x,s,d} = 25,20 \text{ kNm (zie 8.1.9.1.)}$$

St.-Venant bij $x=0$

Flens

$$\tau_{flens} = \frac{M_{sv}}{I_t / t_f} = \frac{25,2 \cdot 10^6}{1254 \cdot 10^4 / 36} = 72,3 \text{ N/mm}^2$$

Lijf

$$\tau_{lijf} = \frac{M_{sv}}{I_t t_w} = \frac{25,2 \cdot 10^6}{1254 \cdot 10^4 / 19} = 38,2 \text{ N/mm}^2$$

Totalen

		$\tau_{Verticaal}$	$\tau_{Horizontaal}$	St.-Venant	Welving	SOM	
τ_{flens}	=	5,6	1,2	72,3	-	79,1	N/mm ²
τ_{lijf}	=	21,3	0	38,2	-	59,5	N/mm ²

Deze vereenvoudigde berekening leidt tot een conservatieve spanningsbenadering:

$$\tau_{flens} = 53,9 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow 79,1 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow + 47\%$$

$$\tau_{lijf} = 45,5 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow 59,5 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow + 31\%$$

Bij het niet overschrijden van de diverse toetsen is er echter geen bezwaar om - conform bovenstaande - de vereenvoudigde methode toe te passen.

8.1.13 Andere schrijfvorm:

$$\sigma_{welf} = \frac{M_{welf}}{I_{wa}} \cdot \frac{h \cdot b}{4} = \frac{22,65 \cdot 10^6}{37636 \cdot 10^9} \cdot \frac{1000 \cdot 300}{4} = 45,1 \text{ N/mm}^2$$

8.1.9.3 Verdeling wringende momenten

$$\begin{aligned}
 M_{\text{St. Venant}} &= C \cdot M_{x,s,d} &= 0,6330 \cdot 25,2 &= 15,95 \text{ kNm} \\
 M_{\text{welf}} &= B \cdot M_{x,s,d} &= 0,3690 \cdot 25,2 &= 9,30 \text{ kNm} \\
 M_{\text{bi-moment}} &= A \cdot M_{x,s,d} \cdot L_{\text{th}} &= 0,0599 \cdot 25,2 \times 15,00 &= 22,65 \text{ kNm}^2
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} M_{\text{St. Venant}} \\ M_{\text{welf}} \\ M_{\text{bi-moment}} \end{aligned}} \right\} \approx 25,2 \text{ kNm}$$

8.1.10 St.-Venant bij $x = 0$

8.1.10.1 Flens

$$\tau_{\text{flens}} = \frac{M_{\text{sv}}}{I_t / t_f} = \frac{15,95 \cdot 10^6 \cdot 36}{1254 \cdot 10^4} = 45,8 \text{ N/mm}^2$$

8.1.10.2 Lijf

$$\tau_{\text{lijf}} = \frac{M_{\text{sv}}}{I_t / t_w} = \frac{15,95 \cdot 10^6 \cdot 19}{1254 \cdot 10^4} = 24,2 \text{ N/mm}^2$$

8.1.11 Verhinderde Welving flensafschuiving bij $x = 0$

$$\tau_{\text{flens}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot M_{\text{wringing}}}{(h - t_f) \times b \times t_f} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 9,30 \cdot 10^6}{(1000 - 36) \cdot 300 \cdot 36} = 1,34 \text{ N/mm}^2$$

8.1.12 Totalen

		$\tau_{\text{verticaal}}$	$\tau_{\text{horizontaal}}$	St.-Venant	Welving	SOM	
τ_{flens}	=	5,6	1,2	45,8	1,34	53,9	N/mm ²
τ_{lijf}	=	21,3	0	24,2	0	45,5	N/mm ²

8.1.13 Verhinderde Welving flensbuiging bij $x = 1/2 L_{\text{th}}$

$$\sigma_{\text{welf}} = \frac{M_{\text{welf}}}{\frac{1}{6} \cdot b^2 \cdot t_f \cdot (h - t_f)} = \frac{22,65 \cdot 10^9}{\frac{1}{6} \cdot 300^2 \cdot 36 \cdot (1000 - 36)} = 43,3 \text{ N/mm}^2$$

Spanning ten gevolge van de doorsnedecontrole uit 8.1.5 bedraagt $\underline{167,4 \text{ N/mm}^2}$

Totaal $\underline{210,7 \text{ N/mm}^2} < 235$

Toelichting 8.1.14:

Voor liggers op 2 steunpunten geldt, dat de combinatie van spanningen relevant is in twee doorsneden, n.l. het midden van de balk voor buigspanningen en de oplegging voor schuifspanningen en bij overstekken voor schuif- en buigspanningen.

Zie ook hoofdstuk 6.3.5 alsmede tabel 1 voor de diverse combinaties van spanningen.

8.1.14 Vloeicriterium

Vergelijkingsspanning volgens art. 11.4:

$$\sigma_{\text{vgl};s;d} = \sqrt{\sigma_{y;s;d}^2 + \sigma_{z;s;d}^2 - \sigma_{y;s;d} \cdot \sigma_{z;s;d} + 3\tau_{zy;s;d}^2} \leq 1,2 \times f_{y;d} \leq 1,2 \cdot 235 = 282 \text{ N/mm}^2$$

NB: De indices y en z duiden hier op het "assenstelsel" van een vlakke spanningstoestand en hebben dus een andere betekenis dan de gebruikte indices in de berekening.

Toelichting 8.1.15:

Ten behoeve van het berekenen van het kantelmoment (ten opzichte van ok. flens) dient het berekende torsiemoment nog verhoogd te worden met de H-component ($V_{y;s;d}$ aangrijpend in de neutrale lijn) \times de halve liggerhoogte.

Indien niet aan deze voorwaarde wordt voldaan, zal door de werking van R_o flensbuiging ontstaan. Om dit te voorkomen zullen verstijvingschotten van het lijf worden aangebracht.

NB: In dit voorbeeld wordt -door het vereist zijn van de verstijvingschotten - tevens voldaan aan de gaffelgelijkwaardige oplegging zoals vereist bij de stabiliteitscontrole berekend onder 8.1.6.

(Een controle op gaffelgelijkwaardige opleggingen wordt uitgevoerd in rekenvoorbeeld 2). Indien aan deze eis niet wordt voldaan, dienen koppelpanelen of een onderflensinklemming te worden toegepast, teneinde kantelen te voorkomen.

8.1.15 Kantelen/Rotatie van de onderslag

$$\text{Toets: } e_{ro} = \frac{\gamma \cdot M_{x;s;d}}{R_o} \leq \frac{1}{2} b_f$$

$$V_{y;s;d} = 16,88 \text{ kN}$$

$$0,5h = 0,5 \times 1,00 = 0,50 \text{ m}$$

$$M_{\text{kantel}} = M_{x;s;d} + (V_{y;s;d} \cdot 0,5h) = 25,2 + 16,88 \cdot 0,50 = 33,64 \text{ kNm}$$

γ = belastingsfactor \Rightarrow aanhouden: 2

$$e_{ro} = \frac{2 \cdot 33,64 \cdot 10^6}{375000} = 180,0 \text{ mm} \geq \frac{1}{2} \cdot 300 = 150 \quad \text{Niet akkoord!}$$

$$e_{ro} = \text{Excentriciteit van de oplegreactie} \leq t_f + r + \frac{1}{2} t_w$$

$$e_{ro} = 180,0 \text{ mm} \geq 36 + 30 + \frac{1}{2} \cdot 19 = 75,5 \text{ mm} \quad \text{Verstijvingschotten aanbrengen!}$$

8.1.16 Krachtsinleiding

Uitwerking volgens artikel 14.2 NEN6770

$$\text{Rekenwaarde oplegreactie} = 375 \text{ kN}$$

$$\text{Breedte Centreerstrip} = 50 \text{ mm}$$

$$\text{Liggereinde achter strip} = 400 \text{ mm}$$

8.1.16.1 Vloeien van het lijf

$$d_1 = t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} = 36 \cdot \sqrt{\frac{300}{19}} = 143 \text{ mm} \quad (\text{herleide formule 14.2-4})$$

Formule 14.2-3:

$$F_{u;1;d} = (50+143) \cdot 19 \cdot 235 = \boxed{862 \text{ kN}}$$

$$\sigma_{s;1;d} = 375/862 \cdot 235 = 102 \text{ N/mm}^2$$

8.1.16.2 Lokaal plooiën van het lijf

$$c/(h-2t_f) = 50/(1000 - 2 \cdot 36) = 0,054 < 0,2 \quad \text{Akkoord!}$$

Formule 14.2-7:

$$F_{u;2;d} = 0,125 t_w^2 \sqrt{E f_{y;d}} \left\{ \sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \left(\frac{t_w}{t_f} \right) \left(\frac{c}{h-2t_f} \right) \right\} = 0,125 \cdot 19^2 \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 235} \left\{ \sqrt{\frac{36}{19}} + 3 \left(\frac{19}{36} \right) \cdot 0,054 \right\} = \boxed{463 \text{ kN}}$$

$$\sigma_{s;2;d} = 375/463 \times 235 = 190 \text{ N/mm}^2$$

Toelichting:

*Om reden van de kantelstabiliteit zijn reeds verstijvingschotten aangebracht.
Deze maken de uitgevoerde controle overbodig, omdat het lokaal plooien van het lijf dan niet meer aan de orde is.*

8.1.16.3 Globaal plooiën van het lijf (art. 14.2.3 NEN 6770 voor opleggingen)

$$b_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + c^2} + x + \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{1000^2 + 50^2} + 400 + \frac{50}{2} = 926 \text{ mm}$$

$$\sqrt{h^2 + c^2} = \sqrt{1000^2 + 50^2} = 1003 \text{ mm} \quad \text{Akkoord!}$$

$$\text{kniklengte } \ell_{\text{buc}} = 1000 \text{ mm}$$

$$t_w = 19 \text{ mm} \Rightarrow i_y = 5,485 \text{ mm}$$

$$\lambda_y = \frac{1000}{5,485} = 182,32$$

$$\lambda_e = 93,91$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda_y}{\lambda_e} = \frac{182,32}{93,91} = 1,941$$

Instabiliteitskromme c:

$$\alpha_k = 0,49$$

$$\lambda_o = 0,20 \quad \omega_{\text{buc}} = 0,206 \quad \text{Formule 12.1-14}$$

$$N_{\text{c;u;d}} = 926 \cdot 19 \cdot 235 = 4134 \text{ kN} \cdot 0,206 (= \omega_{\text{buc}}) = \boxed{852 \text{ kN}}$$

$$A = b_{\text{eff}} \cdot t_w \cdot \omega_{\text{buc}} = 926 \cdot 19 \cdot 0,206 = 3624 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{s;3;d}} = \frac{375000}{3624} = 103 \text{ N/mm}^2$$

Of:

$$\sigma_{\text{s;3;d}} = \frac{375}{852} \cdot 235 = 103 \text{ N/mm}^2$$

Maatgevend is het lokaal plooiën van het lijf: $463 \text{ kN} > 375 \text{ kN}$

Akkoord!

Toelichting:

De doorbuigingseis is extreem gesteld, alleen ten behoeve van dit rekenvoorbeeld!

8.2 Rekenvoorbeeld 2

8.2.1 Gegevens

Dekdikte	: 0,70 m	Doorbuigingseis	: $1/1250 L_{th}$
Profilering liggers	: HEB1000	Overspanning	: $L_{th} = 15,00 \text{ m}^1$
Afstand h.o.h.	: 1,00 m	Verkanting	: Geen

8.2.2 Te controleren

Onderslagen : Materiaal S235 (Fe 360)

8.2.3 Uitwerking

Belastingen Verticaal:

Bruikbaarheidsgrenstoestand: $q_v = 1,00 \cdot 0,70 \cdot 25 = 17,5 \text{ kN/m}^1$

Uiterste grenstoestand: $\gamma_{f,g} \cdot G_{rep} + \gamma_{f,g} \cdot Q_{rep}$
 $1,2 (0,40 + 3,20) + (1,5 \cdot 0,70 \cdot 25) = 30,6 \text{ kN/m}^1$

Belastingen Horizontaal:

Ten gevolge van: verkanting $q_h = 0\% \cdot q_v$
 wind $q_w = 2,0\% \cdot q_v$
 Totaal $q_h = 2,0\% \cdot q_v$

8.2.4 Controle doorbuiging

$$u_{(z)} = \frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI}$$

Constant hierin is: $\frac{5}{384 \cdot E} = \frac{5}{384 \cdot 2,1 \cdot 10^5} = 62 \cdot 10^{-9} \text{ N/mm}^2$

De formule gaat over in: $u_{(z)} = \frac{62 \cdot 10^{-9} ql^4}{I} \text{ mm}$

Door invoer van: $L_{th} \text{ in m} \Rightarrow (1 \text{ m}^4 = 10^{12} \text{ mm}^4)$
 $I \text{ in cm}^4 \Rightarrow (1 \text{ cm}^4 = 10^4 \text{ mm}^4)$
 $q \text{ in kN/m} \Rightarrow (1 \text{ kN/m} = 1 \text{ N/mm})$

wordt de formule: $u_{(z)} = \frac{6,2 ql^4}{I} \text{ mm}$

$$u_z = \frac{6,2 \cdot 17,5 \cdot 15^4}{644748} = 8,5 \text{ mm} \leq \frac{15000}{1250} = 12 \text{ mm} \Rightarrow \text{Profiel voldoet op doorbuiging.}$$

$$u_y = \frac{6,2 \cdot (0,02 \cdot 17,5) \cdot 15^4}{16276} = 6,7 \text{ mm}$$

Toelichting 8.2.5:

*Alle gewalste profielen zijn van doorsnedeklasse 1.
Zie NEN 6770 - 10.2.4.1.2, Tabel 8 (pag. 68)*

*Let op: Is afhankelijk staalsoort.
Voor S355 geldt dit alleen voor HEB en HE- profielen.*

In verband met het in - het algemeen - onbekende belastingsgeschiedenis van de gebruikte hulpmaterialen, wordt gerekend met de elastische grootheden.

$$\begin{aligned} \text{HEB1000: } W_{y,el} &= 12890 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 && \text{Elastisch!} \\ W_{z,el} &= 1085 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

In afwijking van NEN 6770 wordt gerekend met de spanningsniveaus in plaats van unity-checks!

(art. 12.2.1)

Het toepassingsgebied geldt voor o.a. walsprofielen, waarbij de belasting niet hoger dan 0,1 x h boven de bovenflens aangrijpt.

Het toepassingsgebied is beperkt tot staven die begrensd zijn door gaffels of zijn opgelegd met onderflensinklemmingen.

*De verhouding van de lengte van de staaf (tussen de gaffels) en de profielhoogte moet zijn:
 $L_g/h \geq 5$*

Toelichting 8.2.6: zie pagina 64.

8.2.5 Doorsnedecontrole

Toetsing doorsnede profielklasse 1:

$$M_{y;s;d} = 1/8 \cdot 30,6 \cdot 15,00^2 = 860,6 \text{ kNm}$$

$$M_{z;s;d} = 0,02 \cdot 860,6 = 17,2 \text{ kNm}$$

$$V_{z;s;d} = 1/2 \cdot 30,6 \cdot 15,00 = 229,5 \text{ kN}$$

$$V_{y;s;d} = 0,02 \cdot 229,5 = 4,6 \text{ kN}$$

Spanningscontrole (Elastisch): Zie NEN 6770 art. 11.2.3 (Buiging)

$$\sigma_{y;s;d} = \frac{860,6 \cdot 10^6}{12890 \cdot 10^3} = 66,7 \text{ N/mm}^2 < 235 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{z;s;d} = \frac{17,2 \cdot 10^6}{1085 \cdot 10^3} = 15,9 \text{ N/mm}^2 < 235 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{(y+z);s;d} = 82,6 \text{ N/mm}^2 < 235 \text{ N/mm}^2$$

NB. Hierbij dienen spanningen ten gevolge van verhinderde welving flensbuiging nog gesommeerd te worden! (Zie 2.14)

8.2.6 Controle gaffelgelijkwaardigheid

Zie NEN 6770 art 12.2.4.1

$$\frac{R_{s;d}}{\omega_{x;buc} \cdot N_{w;u;d}} \leq 1$$

$$N_{w;u;d} = b_{\text{eff}} \cdot t_w \cdot f_{yd} = b_{\text{eff}} \cdot 19 \cdot 235 = 4465 \cdot b_{\text{eff}} \text{ (Voor } b_{\text{eff}} \text{ zie art. 14.2.3)}$$

Bij toepassing van een centreerstrip van 50 mm breedte en een liggerlengte achter de strip van 400 mm:

$$\Rightarrow b_{\text{eff}} = 926 \text{ mm (zie 8.1.16.3)} \Rightarrow N_{w;u;d} = 4465 \times 926 = 4134,6 \text{ kN}$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \sqrt{\frac{N_{w;u;d}}{F_{xE}}} \quad F_{xE} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 926 \cdot 19^3}{48 \cdot 1000^2} = 274,3 \text{ kN}$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \sqrt{\frac{4134,6}{274,3}} = 3,88$$

Instabiliteitskromme $c \Rightarrow \omega_{buc} = 0,059$

$$R_{s;d} = V_{s;d} = 229,5 \text{ kN Toets} \Rightarrow \frac{229,5}{0,059 \cdot 4134,6} = 0,94 \leq 1 \quad \text{Akkoord!}$$

Dus de oplegging is gelijkwaardig aan een gaffeloplegging, MITS kantelstabiliteit tevens is gewaarborgd!
De totale berekening kan in drie stappen uitgevoerd worden; zie berekening hierna onder "toelichting".

Toelichting 8.2.6 (vorige pagina!):

Stap 1 Kantelen onderslag
Over flens

Toets:
$$e_{ro} = \frac{\gamma \cdot M_{x;s;d}}{R_o} \leq \frac{1}{2} b_f$$

$\gamma =$ belastingsfactor \Rightarrow aanhouden voor deze controle: 1

$$M_{kantel} = M_{x;s;d} + (V_{y;s;d} \times 0,5h) = 6,8 + 4,6 \times 0,50 = 9,10 \text{ kNm}$$

$$e_{ro} = \frac{1 \cdot 9,10 \cdot 10^6}{229500} = 40 \text{ mm} \leq \frac{1}{2} \cdot 300 = 150 \quad \text{Akkoord!}$$

Stap 2 Kantelen onderslag
"Afrollen" over flens

$$e_{ro} = \text{Excentriciteit van de oplegreactie} \leq t_f + r + \frac{1}{2} t_w$$

$$e_{ro} = 30 \text{ mm} \leq 36 + 30 + \frac{1}{2} \cdot 19 = 75,5 \text{ mm}$$

De oplegreactie wordt dus binnen het kerngebied afgevoerd, waarbij de kantelstabiliteit met betrekking tot gaffelgelijkwaardigheid van de oplegging is aangetoond.

Stap 3 Knikken lijf
Volgens NEN 6770 art 12.2.4.1

Controle hiervoor uitgevoerd.

8.2.7 Controle kipstabiliteit

Kipcontrole (volgens NEN6770 art. 12.2) met opleggingen gelijkwaardig aan gaffelopleggingen:

$$\text{Toets: } \frac{\sigma_{y;\max;s;d}}{\omega_{\text{kip}}} \leq f_{y;u;d} \quad \text{Formule 12.2.3}$$

Relatieve slankheid:

$$\lambda_{\text{rel}} = \zeta \sqrt{\frac{l_{\max} \cdot h}{b \cdot t_f} \cdot \frac{f_{y;d}}{E_d}} \quad \text{Formule 12.2.4}$$

L_{\max} = de grootste ongesteunde lengte nabij $M_{z;\max;s;d}$ (Geen kipsteunen toepassen)

$\zeta = 1,32 \zeta_h$ voor profielklasse 1 en 2 ; $\zeta_h = (1 + 280/350 \cdot 0,3) = 1,24$
(Zie ook toelichting 1.6)

$$\lambda_{\text{rel}} = 1,32 \cdot 1,24 \sqrt{\frac{15000 \cdot 1000}{300 \cdot 36} \cdot \frac{235}{2,1 \cdot 10^5}} = 2,04 > 0,4 \Rightarrow \text{Instabiliteitskromme a}$$

$$\omega_{\text{buc}} = \omega_{\text{kip}} = 0,22 - \left(\frac{0,040}{0,100} \right) 0,02 = 0,212$$

$$\frac{67}{0,212} = 316 \text{ N/mm}^2 \leq f_{y;u;d} = 235 \text{ N/mm}^2 \quad \underline{\text{Niet akkoord!}}$$

\Rightarrow Toetsen volgens NEN 6771 (12.2.2/12.2.5.1 = theoretisch elastisch kipmoment) of meer kipsteunen toepassen.

Toelichting 8.2.8

Elastische doorsnede t.b.v. opname dwarskracht in Z-as: $A = (h - 2 \cdot t_f) t_w$ (formule 11.2-13)

Profielgegevens:

HEB1000	mm
h	1000
b	300
t_f	36
t_w	19

HEB1000	mm^4
I_{yy}	$644748 \cdot 10^4$
I_{zz}	$16276 \cdot 10^4$
I_t	$1254 \cdot 10^4$
I_{wa}	$37636 \cdot 10^9$

Het aangrijpingspunt van de verticale belasting bevindt zich op een niveau t.o.v. de neutrale lijn: Halve liggerhoogte + (gemiddelde) scheghoogte. De laatste component wordt op 30 mm gesteld!

8.2.8 Dwarskracht Verticaal

8.2.8.1 Lijf

$$\tau_{z,s;d} = \frac{V_{z,s;d}}{(h - 2t_f) \cdot t_w} = \frac{229,5 \cdot 10^3}{(1000 - 2 \cdot 36) \cdot 19} = 13,0 \text{ N/mm}^2 < 136 \text{ N/mm}^2$$

8.2.8.2 Flens

$$\tau_{z,s;d} = \frac{\tau_{lijf} \cdot t_w}{2 \cdot t_f} = \frac{13,0 \cdot 19}{2 \cdot 36} = 3,4 \text{ N/mm}^2 < 136 \text{ N/mm}^2$$

8.2.9 Dwarskracht Horizontaal

8.2.9.1 Flens

$$\tau_{y,s;d} = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_{y,s;d}}{b \cdot 2 \cdot t_f} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4,6 \cdot 10^3}{300 \cdot (36 \cdot 2)} = 0,3 \text{ N/mm}^2 < 136 \text{ N/mm}^2$$

8.2.10 Torsie

8.2.10.1 Wringend moment

$$1. m_{x;s;d} \text{ scheg (exc.)} = 30,6 \cdot 0,01 = 0,31 \text{ kNm/m}^1$$

$$2. m_{x;s;d} \text{ hor. Bel.} = (0,020 \cdot 30,6) \cdot (\frac{1}{2} h_o + h_s) = 0,020 \cdot 30,6 \cdot (0,50 + 0,03) = 0,32 \text{ Nm/m}^1$$

$$3. m_{x;s;d} \text{ tweede orde} = 0,01 \cdot 30,6 \cdot \frac{30,6 \cdot (0 + 0,02) \cdot 15^4}{2 \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{12} \cdot 0,036 \cdot 0,30^3} = 0,28 \text{ kNm/m}^1$$

$$\Sigma M_{x;s;d} = \frac{1}{2} \cdot 15,00 \cdot (0,31 + 0,32 + 0,28) = 6,8 \text{ kNm}$$

8.2.10.2 Verdeling over componenten

$$L_{th} = 15,00 \text{ m}^1 \quad I_t = 1254 \cdot 10^4 \text{ mm}^4 \quad I_{wa} = 37636 \cdot 10^9 \text{ mm}^6 \quad \frac{G_d}{E_d} = \frac{1}{2,6}$$

Karakteristieke lengte $d = 2793 \text{ mm}$ conform rekenvoorbeeld 1

$$L_{th}/d = \beta_T = 15000/2793 = 5,37$$

Uit tabel volgt:

A	0,059944	⇒	0,0599
B	0,369011	⇒	0,3690
C	0,632960	⇒	0,6330

Toelichting 8.2.10.2, 8.2.10.3 en 8.2.11
 Torsie Vereenvoudigde methode

Ter vereenvoudiging van de gehanteerde rekenmethode, hieronder de berekening van 100% opname van het wringende moment door "St.-Venant-wringing"

$$M_{x;s;d} = 6,80 \text{ kNm (zie 2.10)}$$

Voor de "St.-Venant-wringing" wordt een onderscheid gemaakt tussen het lijf en de flenzen van het profiel.

$$W_{lijf} = I_t/t_w \quad W_{flens} = I_t/t_f$$

De wringing t.g.v. verhinderde welving wordt opgenomen door buiging in de flenzen.

St.-Venant bij $x=0$

Flens

$$\tau_{flens} = \frac{M_{sv}}{I_t/t_f} = \frac{6,80 \cdot 10^6}{1254 \cdot 10^4 / 36} = 19,5 \text{ N/mm}^2$$

Lijf

$$\tau_{lijf} = \frac{M_{sv}}{I_t/t_w} = \frac{6,80 \cdot 10^6}{1254 \cdot 10^4 / 19} = 10,3 \text{ N/mm}^2$$

Totalen

		$\tau_{Verticaal}$	$\tau_{Horizontaal}$	St.-Venant	Welving	SOM	
τ_{flens}	=	3,4	0,3	19,5	-	23,2	N/mm ²
τ_{lijf}	=	13,0	0	10,3	-	23,3	N/mm ²

Deze vereenvoudigde berekening leidt tot een conservatieve spanningsbenadering:

$$\tau_{flens} = 23,0 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow 16,2 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow +42\%$$

$$\tau_{lijf} = 23,3 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow 19,5 \text{ N/mm}^2 \Rightarrow +19\%$$

Bij het niet overschrijden van de diverse toetsen is er echter geen bezwaar om conform bovenstaande vereenvoudigde methode toe te passen.

8.2.14 Andere schrijfvorm:

$$\sigma_{welf} = \frac{M_{welf}}{I_{wa}} \cdot \frac{h \cdot b}{4} = \frac{6,11 \cdot 10^9}{37636 \cdot 10^9} \cdot \frac{1000 \cdot 300}{4} = 12,2 \text{ N/mm}^2$$

8.2.10.3 Verdeling wringende momenten

$$\begin{array}{lclclcl}
 M_{\text{St. Venant}} & = & C \cdot M_{x;s;d} & = & 0,6330 \cdot 6,8 & = & 4,30 \text{ kNm} \\
 M_{\text{welf}} & = & B \cdot M_{x;s;d} & = & 0,3690 \cdot 6,8 & = & 2,51 \text{ kNm} \\
 M_{\text{bi-moment}} & = & A \cdot M_{x;s;d} \cdot L_{\text{th}} & = & 0,0599 \cdot 6,8 \cdot 15,00 & = & 6,11 \text{ kNm}^2
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}} \right\} \approx 6,8 \text{ kNm}$$

8.2.11 St.-Venant bij $x=0$

8.2.11.1 Flens

$$\tau_{\text{flens}} = \frac{M_{\text{sv}}}{I_t / t_f} = \frac{4,30 \cdot 10^6 \cdot 36}{1254 \cdot 10^4} = 12,3 \text{ N/mm}^2$$

8.2.11.2 Lijf

$$\tau_{\text{lijf}} = \frac{M_{\text{sv}}}{I_t / t_w} = \frac{4,30 \cdot 10^6 \cdot 19}{1254 \cdot 10^4} = 6,5 \text{ N/mm}^2$$

8.2.12 Verhinderde Welving flensafschuiving bij $x=0$

$$\tau_{\text{flens}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot M_{\text{wringing}}}{(h - t_f) \cdot b \cdot t_f} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 2,51 \cdot 10^6}{(1000 - 36) \cdot 300 \cdot 36} = 0,36 \text{ N/mm}^2$$

8.2.13 Totalen

		$\tau_{\text{Verticaal}}$	$\tau_{\text{Horizontaal}}$	St.-Venant	Welving	SOM	
τ_{flens}	=	3,4	0,3	12,3	0,36	16,4	N/mm ²
τ_{lijf}	=	13,0	0	6,5	0	19,5	N/mm ²

8.2.14 Verhinderde Welving flensbuiging bij $x=1/2 L_{\text{th}}$

$$\sigma_{\text{welf}} = \frac{M_{\text{welf}}}{\frac{1}{6} \cdot b^2 \cdot t_f \cdot (h - t_f)} = \frac{22,65 \cdot 10^9}{\frac{1}{6} \cdot 300^2 \cdot 36 \cdot (1000 - 36)} = 11,7 \text{ N/mm}^2$$

Spanning ten gevolge van de doorsnedecontrole uit 2.5 bedraagt 82,6 N/mm²

Totaal 94,3 N/mm² < 235

Toelichting 8.2.15:

Voor liggers op 2 steunpunten geldt, dat de combinatie van spanningen relevant is in twee doorsneden, n.l. het midden van de balk voor buigspanningen en de oplegging voor schuifspanningen en bij overstekken voor schuif- en buigspanningen.

Zie ook hoofdstuk 6.3.5 alsmede tabel 1 voor de diverse combinaties van spanningen.

8.2.15 Vloeicriterium

Vergelijkingsspanning volgens art. 11.4

$$\sigma_{\text{vgl;sd}} = \sqrt{\sigma_{y;\text{s;d}}^2 + \sigma_{z;\text{s;d}}^2 - \sigma_{y;\text{s;d}} \cdot \sigma_{z;\text{s;d}} + 3\tau_{zy;\text{s;d}}^2} \leq 1,2 \cdot f_{y;\text{d}} \leq 1,2 \times 235 = 282 \text{ N/mm}^2$$

NB. De indices y en z duiden hier op het "assenstelsel" van een vlakke spanningstoestand en hebben dus een andere betekenis dan de gebruikte indices in de berekening.

Toelichting 8.2.16:

Indien aan deze eis niet wordt voldaan, dienen koppelpanelen of een onderflensinklemming te worden toegepast, teneinde kantelen te voorkomen.

Om dit te voorkomen zullen in dat geval verstijvingschotten aan weerszijden van het lijf worden aangebracht.

Indien niet aan deze voorwaarde wordt voldaan, zal door de werking van R_o flensbuiging ontstaan.

8.2.16 Kantelen/Rotatie van de onderslag

Toets:
$$e_{ro} = \frac{\gamma \cdot M_{x;s;d}}{R_o} \leq \frac{1}{2} b_f$$

$$V_{y;s;d} = 4,6 \text{ kN}$$

$$0,5h = 0,5 \cdot 1,00 = 0,50 \text{ m}$$

$$M_{\text{kantel}} = M_{x;s;d} + (V_{y;s;d} \cdot 0,5h) = 6,8 + 4,6 \cdot 0,50 = 9,1 \text{ kNm}$$

γ = belastingsfactor \Rightarrow aanhouden: 2

$$e_{ro} = \frac{2 \cdot 9,1 \cdot 10^6}{229500} = 79 \text{ mm} \leq \frac{1}{2} \cdot 300 = 150$$

Akkoord!

e_{ro} = Excentriciteit van de oplegreactie

$$\leq t_f + r + \frac{1}{2} t_w$$

$$e_{ro} = 79 \text{ mm} \geq 36 + 30 + \frac{1}{2} \cdot 19 = 75,5 \text{ mm}$$

WEL verstijvingschotten aanbrengen!

8.2.17 Krachtsinleiding

Uitwerking volgens artikel 14.2 NEN6770

Rekenwaarde oplegreactie = 229,5 kN

Breedte centreerstrip = 50 mm

Liggereinde achter strip = 400 mm

8.2.17.1 Vloeien van het lijf

$$d_1 = t_f \sqrt{\frac{b_f}{t_w}} = 36 \cdot \sqrt{\frac{300}{19}} = 143 \text{ mm}$$

Formule 14.2-3: $F_{u;1;d} = (50+143) \cdot 19 \cdot 235$

$$= \boxed{862 \text{ kN}}$$

$$\sigma_{s;1;d} = 229,5/862 \times 235 = 63 \text{ N/mm}^2$$

8.2.17.2 Lokaal plooiën van het lijf

$$c/(h-2t_f) = 50/(1000 - 2 \cdot 36) = 0,054 < 0,2$$

Akkoord!

Formule 14.2-7:

$$F_{u;2;d} = 0,125 t_w^2 \sqrt{E f_{y,d}} \left\{ \sqrt{\frac{t_f}{t_w}} + 3 \left(\frac{t_w}{t_f} \right) \left(\frac{c}{h - 2t_f} \right) \right\} = 0,125 \cdot 19^2 \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 235} \left\{ \sqrt{\frac{36}{19}} + 3 \left(\frac{19}{36} \right) \cdot 0,054 \right\} = \boxed{463 \text{ kN}}$$

$$\sigma_{s;2;d} = 229,5/463 \times 235 = 116 \text{ N/mm}^2$$

Toelichting:

Om reden van de kantelstabiliteit zijn reeds verstijvingschotten aangebracht.

Deze maken de uitgevoerde controle overbodig.

8.2.17.3 Globaal plooiën van het lijf (art. 14.2.3 NEN 6770 voor opleggingen)

$$b_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 + c^2} + x + \frac{c}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{1000^2 + 50^2} + 400 + \frac{50}{2} = 926 \text{ mm}$$

$$\sqrt{h^2 + c^2} = \sqrt{1000^2 + 50^2} = 1003 \text{ mm} \quad \text{Akkoord!}$$

$$\ell_{\text{buc}} = 1000 \text{ mm}$$

$$t_w = 19 \text{ mm} \Rightarrow i_y = 5,485 \text{ mm}$$

$$\lambda_y = \frac{1000}{5,485} = 182,32$$

$$\lambda_e = 93,91$$

$$\lambda_{\text{rel}} = \frac{\lambda_y}{\lambda_e} = \frac{182,32}{93,91} = 1,941$$

Instabiliteitskromme c :

$$\alpha_k = 0,49$$

$$\lambda_o = 0,20 \quad \omega_{\text{buc}} = 0,206 \quad \text{Formule 12.1-14}$$

$$N_{\text{c,u;d}} = 926 \cdot 19 \cdot 235 = 4134 \text{ kN} \cdot 0,206 (= \omega_{\text{buc}}) = 852 \text{ kN}$$

$$A = b_{\text{eff}} \cdot t_w \cdot \omega_{\text{buc}} = 926 \cdot 19 \cdot 0,206 = 3624 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{\text{s;3;d}} = \frac{229500}{3624} = 63 \text{ N/mm}^2$$

Of:

$$\sigma_{\text{s;3;d}} = \frac{229,5}{852} \cdot 235 = 63 \text{ N/mm}^2$$

Maatgevend is het lokaal plooiën van het lijf: $463 \text{ kN} > 229,5 \text{ kN}$ Akkoord!

Geen verstijvingsschotten vereist (met betrekking tot krachtsinleiding)!
Wel ten behoeve van kantelen onderslag (zie 8.2.16).

9. LITERATUUR

1. Kollbrunner, C.F. en Basler, K. "Torsion", Springer Verlag 1966, Berlin.
2. Timoshenko, S. en Goodier, J.N. "Theory of elasticity", McGraw-Hill 1951, New York.
3. Staalprofielen, Staalbouwkundig Genootschap.
4. Stahl im Hochbau, 15^e druk.
5. William McGuire, Steel Structures chapter 4 by George Winter, Prentice-Hall inc., Englewood Cliffs, N.J.
6. Timoshenko, S. "Strength of materials" part 1 en 2, 3^e druk Princeton.
7. Richtlijn "Berekening van ondersteuningsconstructies van bekistingen", Holland Railconsult, januari 1996.
8. Allaart, A.P., "Stabiliteit van onderslagbalken" Ingenieursbureau NS, Bureau Betonbouw, augustus 1992.
9. NEN 6770, TGB1990 Staalconstructies.
10. Rapport A28-1: "Ontwerpgegevens voor bekistingconstructies voor bruggen en viaducten", Stichting Bouwresearch 1981.
11. Bartels, D. en Bos, C.A.M., "Kipstabiliteit van stalen liggers" Agon Elsevier, Amsterdam 1973.
12. Stubeco, "Handboek Bekistingen", Betonvereniging Gouda 1991.

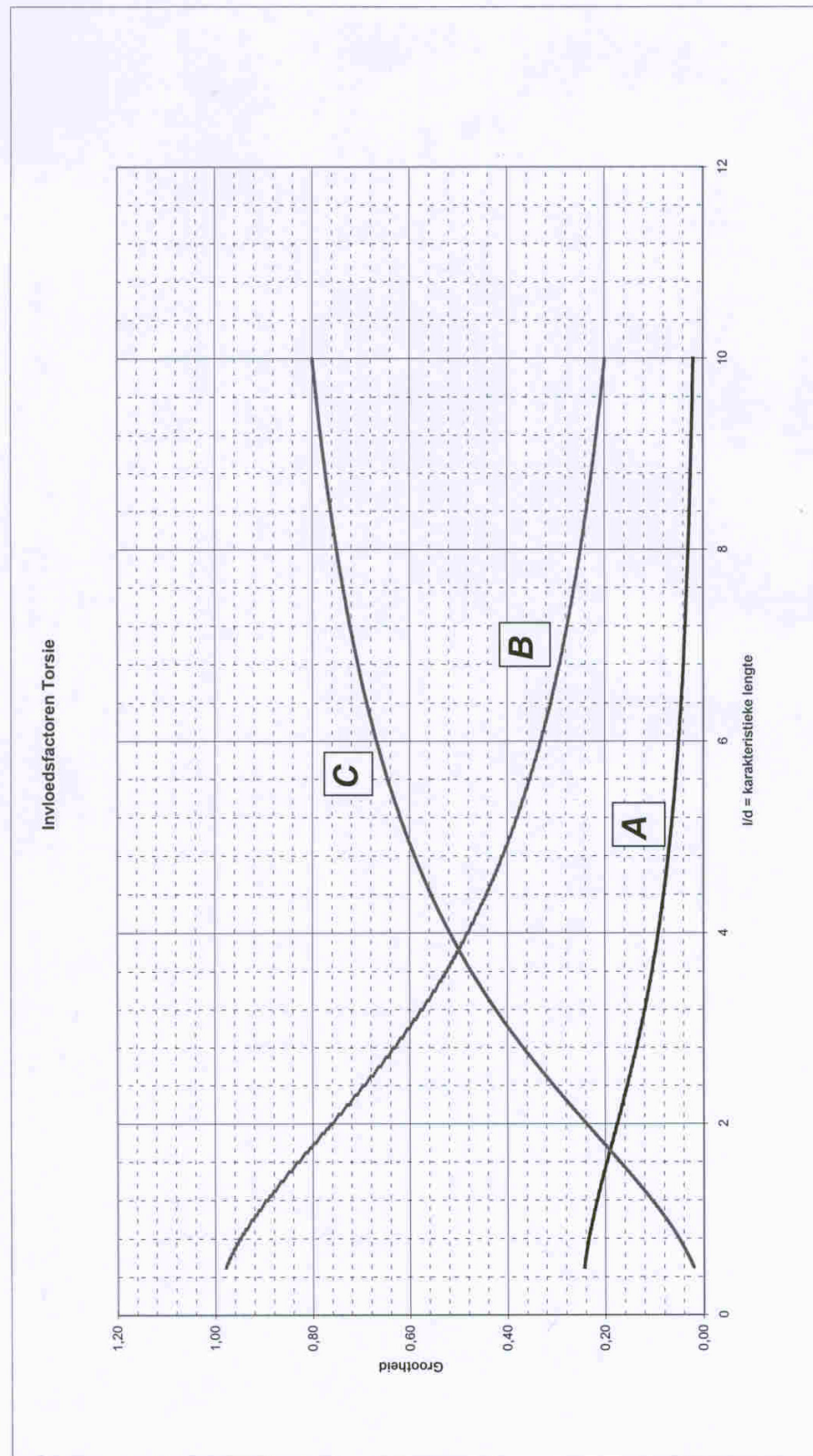
APPENDIX

APPENDIX A

TABELLEN EN GRAFIEKEN

	A	B	C		A	B	C
l/d	Welf Moment midden	Welf Aandeel Eind	St. Venant Aandeel Eind	l/d	Welf Moment midden	Welf Aandeel Eind	St. Venant Aandeel Eind
0,5	0,243651	0,979675	0,020325	5,3	0,061189	0,373610	0,626390
0,6	0,240956	0,971042	0,028958	5,4	0,059410	0,367040	0,632960
0,7	0,237845	0,961073	0,038927	5,5	0,057697	0,360676	0,639324
0,8	0,234352	0,949872	0,050128	5,6	0,056048	0,354511	0,645489
0,9	0,230512	0,937553	0,062447	5,7	0,054460	0,348537	0,651463
1,0	0,226362	0,924234	0,075766	5,8	0,052930	0,342746	0,657254
1,1	0,221942	0,910037	0,089963	5,9	0,051457	0,337131	0,662869
1,2	0,217291	0,895083	0,104917	6,0	0,050037	0,331685	0,668315
1,3	0,212445	0,879492	0,120508	6,1	0,048669	0,326401	0,673599
1,4	0,207443	0,863383	0,136617	6,2	0,047351	0,321274	0,678726
1,5	0,202320	0,846865	0,153135	6,3	0,046080	0,316297	0,683703
1,6	0,197109	0,830046	0,169954	6,4	0,044854	0,311463	0,688537
1,7	0,191842	0,813023	0,186977	6,5	0,043672	0,306769	0,693231
1,8	0,186547	0,795887	0,204113	6,6	0,042531	0,302207	0,697793
1,9	0,181249	0,778719	0,221281	6,7	0,041431	0,297773	0,702227
2,0	0,175973	0,761594	0,238406	6,8	0,040369	0,293463	0,706537
2,1	0,170739	0,744577	0,255423	6,9	0,039344	0,289271	0,710729
2,2	0,165564	0,727726	0,272274	7,0	0,038353	0,285194	0,714806
2,3	0,160466	0,711091	0,288909	7,1	0,037397	0,281226	0,718774
2,4	0,155456	0,694712	0,305288	7,2	0,036474	0,277363	0,722637
2,5	0,150547	0,678627	0,321373	7,3	0,035581	0,273603	0,726397
2,6	0,145746	0,662864	0,337136	7,4	0,034718	0,269940	0,730060
2,7	0,141062	0,647447	0,352553	7,5	0,033884	0,266372	0,733628
2,8	0,136499	0,632394	0,367606	7,6	0,033078	0,262895	0,737105
2,9	0,132063	0,617719	0,382281	7,7	0,032298	0,259505	0,740495
3,0	0,127756	0,603432	0,396568	7,8	0,031543	0,256200	0,743800
3,1	0,123580	0,589539	0,410461	7,9	0,030813	0,252977	0,747023
3,2	0,119536	0,576043	0,423957	8,0	0,030106	0,249832	0,750168
3,3	0,115622	0,562944	0,437056	8,1	0,029421	0,246764	0,753236
3,4	0,111840	0,550241	0,449759	8,2	0,028759	0,243768	0,756232
3,5	0,108186	0,537929	0,462071	8,3	0,028117	0,240844	0,759156
3,6	0,104660	0,526003	0,473997	8,4	0,027495	0,237988	0,762012
3,7	0,101258	0,514457	0,485543	8,5	0,026892	0,235198	0,764802
3,8	0,097979	0,503283	0,496717	8,6	0,026308	0,232473	0,767527
3,9	0,094819	0,492471	0,507529	8,7	0,025742	0,229808	0,770192
4,0	0,091775	0,482014	0,517986	8,8	0,025192	0,227204	0,772796
4,1	0,088843	0,471900	0,528100	8,9	0,024660	0,224658	0,775342
4,2	0,086021	0,462120	0,537880	9,0	0,024143	0,222167	0,777833
4,3	0,083305	0,452663	0,547337	9,1	0,023641	0,219731	0,780269
4,4	0,080690	0,443520	0,556480	9,2	0,023154	0,217347	0,782653
4,5	0,078175	0,434678	0,565322	9,3	0,022682	0,215014	0,784986
4,6	0,075754	0,426129	0,573871	9,4	0,022223	0,212731	0,787269
4,7	0,073425	0,417861	0,582139	9,5	0,021777	0,210495	0,789505
4,8	0,071184	0,409865	0,590135	9,6	0,021344	0,208305	0,791695
4,9	0,069029	0,402129	0,597871	9,7	0,020923	0,206160	0,793840
5,0	0,066954	0,394646	0,605354	9,8	0,020515	0,204059	0,795941
5,1	0,064958	0,387404	0,612596	9,9	0,020117	0,202000	0,798000
5,2	0,063038	0,380395	0,619605	10,0	0,019730	0,199982	0,800018

Grafiek invloedsfactoren TORSIE



APPENDIX B

PROFIELGEGEVENS

Table with columns: Profiel, h, b, t_w, t_r, A, G, h_s, h_t, h_w, A_s, I_y, W_{y,s}, I_y, I_z, W_{z,s}, I_z, I_{w,s}, I_t, W_{y,w}, I_w, W_{z,w}, I_w, I_y, I_z, W_{y,w}, I_w, W_{z,w}, I_w. Rows list profiles from HE 100 A to HE 1100 A.

Profiel	h	b	t _w	t _f	r	A	G	h _c	h _e	A _s	I _y	W _{y,el}	I _y	W _{y,el}	I _y	W _{y,el}	W _{y,el}	I _y	I _w
	mm	mm	mm	mm	mm	mm ²	kg/m	mm	mm	mm ² /m	mm ⁴	mm ³	mm ⁴	mm ³	mm ⁴	mm ³	mm ³	mm ⁴	mm ⁴
						x10 ²					x10 ⁴	x10 ³	x10 ⁴	x10 ³	x10 ⁴	x10 ³	x10 ³	x10 ⁴	x10 ⁸
HE 900 B	900	300	18,5	35	30	371,28	291,45	770	2,61	494064,56	10979,21	36,48	18915,88	1054,39	6,53	12594,1	1659,34	1137,47	29461,36
HE 1000 B	1000	300	19	36	30	470,05	333,65	868	3,11	644747,87	12694,96	40,15	18275,75	1085,05	6,38	14855,11	1716,27	1254,42	37636,48
HE 1100 B	1100	300	20	36	20	425,03	333,65	988	3,33	801542,12	14573,48	43,43	16276,2	1085,08	6,19	16950,07	1727,77	1253,45	45849,89
HE 100 M	120	106	12	20	12	53,24	41,79	56	0,62	1142,61	190,44	4,63	399,15	75,31	2,74	235,81	116,31	68,21	9,93
HE 120 M	140	126	12,5	21	12	66,41	52,13	74	0,74	2017,57	288,22	5,51	702,77	111,55	3,25	350,61	171,63	91,66	24,79
HE 140 M	160	146	13	22	12	80,56	63,24	92	0,86	3291,36	411,42	6,39	1144,34	156,76	3,77	493,83	240,51	120,01	54,33
HE 160 M	180	166	14	23	15	97,05	76,19	104	0,97	5098,27	566,47	7,25	1758,77	211,9	4,26	674,57	325,46	162,43	108,05
HE 180 M	200	186	14,5	24	15	113,25	88,9	122	1,09	7483,13	748,31	8,13	2580,13	277,43	4,77	883,45	425,19	203,27	189,33
HE 200 M	220	206	15	25	18	131,28	103,06	170	1,34	10641,9	967,45	9	3651,21	354,49	5,27	1135,15	543,22	259,41	346,26
HE 240 M	240	226	15,5	26	18	149,44	117,31	188	1,52	14604,83	1217,07	9,89	5012,05	443,54	5,79	1419,45	678,55	315,27	572,68
HE 280 M	270	248	16	32	21	198,59	156,67	206	1,46	24289,49	1759,22	11,03	8152,62	657,47	6,39	2116,95	1005,93	427,9	715,99
HE 300 M	290	268	18	32,5	24	219,64	172,42	225	1,57	31306,84	2159,09	11,94	10448,68	779,74	6,9	2353,61	1192,47	471,92	719,35
HE 320 M	310	288	18,5	33	24	240,16	188,53	244	1,69	39547,32	2551,44	12,83	13162,75	914,08	7,4	2595,63	1396,68	500,23	748,03
HE 340 M	340	310	21	38	27	303,08	237,92	262	1,83	59200,98	3482,41	13,98	19403,07	1251,81	8	4077,67	1913,18	550,99	836,03
HE 360 M	359	309	21	40	27	312,05	244,96	279	1,87	68134,82	3765,81	14,78	19709,31	1275,68	7,95	4435,03	1950,72	593,67	868,03
HE 380 M	377	309	21	40	27	315,83	247,92	287	1,9	76371,65	4051,55	15,55	19710,7	1275,77	7,9	4717,57	1952,71	593,65	868,03
HE 400 M	432	307	21	40	27	318,81	250,26	315	1,93	84866,99	4297,06	16,32	19521,75	1267,65	7,93	4970,62	1954,35	593,65	868,03
HE 450 M	478	307	21	40	27	325,78	253,74	352	2	104119,05	4520,33	17,88	19335,49	1259,87	7,95	5200,62	1954,35	593,65	868,03
HE 500 M	524	306	21	40	27	335,44	257,19	389	2,1	131928,33	4791,45	19,19	18928,89	1259,87	7,95	5430,62	1954,35	593,65	868,03
HE 550 M	572	306	21	40	27	344,13	260,64	426	2,18	16298,91	5062,51	20,54	18754,71	1251,94	7,46	5660,62	1954,35	593,65	868,03
HE 600 M	620	305	21	40	27	352,82	264,09	462	2,26	19783,91	5333,59	21,99	18584,71	1251,94	7,46	5890,62	1954,35	593,65	868,03
HE 650 M	676	304	21	40	27	361,51	267,54	498	2,37	23747,47	5604,66	23,42	18424,71	1244,29	7,35	6120,62	1954,35	593,65	868,03
HE 700 M	716	304	21	40	27	370,20	270,99	534	2,47	28167,53	5875,73	24,87	18264,71	1244,29	7,35	6350,62	1954,35	593,65	868,03
HE 800 M	814	303	21	40	27	383,02	300,67	588	2,56	33927,94	6146,8	26,32	18104,71	1244,29	7,35	6580,62	1954,35	593,65	868,03
HE 900 M	910	302	21	40	30	404,27	317,55	636	2,65	42597,87	6417,91	27,77	17944,71	1244,29	7,35	6810,62	1954,35	593,65	868,03
HE 1000 M	1008	302	21	40	30	423,63	332,55	674	2,75	52043,4	6689,02	29,22	17784,71	1244,29	7,35	7040,62	1954,35	593,65	868,03
HE 1100 M	1108	302	22	40	20	444,21	348,7	770	2,83	62597,87	6960,13	30,67	17624,71	1244,29	7,35	7270,62	1954,35	593,65	868,03
HE 1100 R	1118	305	26	45	20	471,19	369,89	988	3,13	82299,31	14331,33	40,32	18459,32	1222,47	6,45	16667,95	1954,35	593,65	868,03
						545,21	427,69	988	3,37	1034858,7	18512,68	43,57	21440,99	1405,97	6,27	21770,97	2272,79	2527,45	61249,18

APPENDIX C

ACHTERGRONDEN TORSIE

Wringing

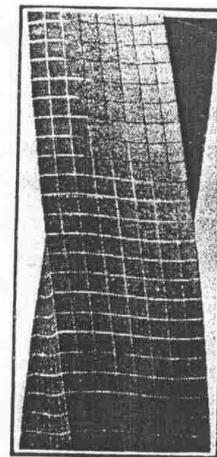
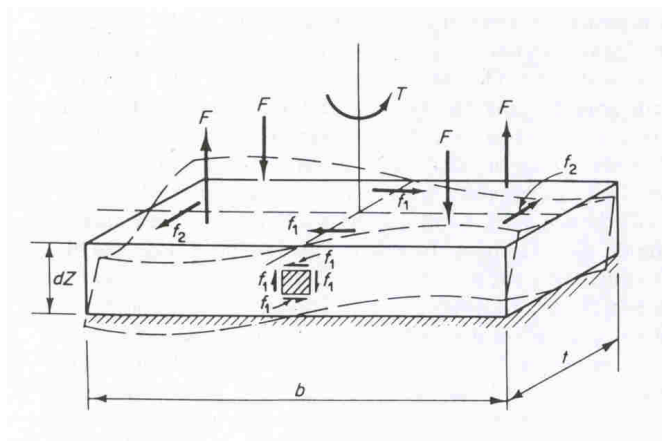
Inleiding

Het verschijnsel wringing is allang bekend. In oude afbeeldingen van machines uit de Renaissance is regelmatig de toepassing van torsieveren te zien. Als materiaal werd veelal hout gebruikt.

De eerste wiskundige behandeling van het probleem dateert uit de tweede helft van de 18^e eeuw. Coulomb schreef toen een verhandeling over de torsie van cilindrische staven.

In 1855 wordt door de Saint-Venant de correcte oplossing voor prismatische staven opgesteld. Bij deze oplossing wordt uitgegaan van aan de einden van de staaf aangrijpende koppels.

Een directe consequentie van de gegeven oplossing is dat vlakke doorsneden niet langer vlak blijven, met andere woorden vlakke doorsneden verwelven. Indien dit verwelven niet wordt verhinderd, is de gevonden oplossing correct.



De oplossing vormt dus slechts een deel van een algemene oplossing. Als de welving wordt verhinderd, wordt een vlakke doorsnede weer vlak. Dit gaat gepaard met axiale spanningen. Deze staan bekend als welfspanningen.

In de literatuur worden meestal beide typen wringing separaat behandeld en vervolgens wordt gemengde wringing nader behandeld. Aangezien beide wringingsvormen een bijzonder geval van het algemene wringingsvraagstuk zijn en voor de beoogde toepassing de mengvorm van belang is, wordt eerst de algemene theorie in grote lijnen uit de doeken gedaan en vervolgens op de specifieke wringingsvorm ingegaan.

Algemene theorie

Een staaf die onderworpen wordt aan wringende momenten, vertoont als gevolg hiervan een hoekverdraaiing om de langsas (x-as) van de staaf. Deze hoekverdraaiing φ is een functie van de x-coördinaat en wordt bepaald door de torsiestijfheid, wringende momentbelasting en randvoorwaarden. Het inwendig wringend moment in de doorsnede M_w is opgebouwd uit twee componenten, namelijk een Saint-Venant aandeel in de torsie en het welfaandeel.

$$\text{Dus: } M_{x;s;d} = M_{x;wr} + M_{x;wl}$$

Het aandeel volgens de Saint-Venant wordt bepaald door de uitdrukking:

$$M_{x;wr} = G \cdot I_t \cdot \varphi$$

Het welfaandeel wordt bepaald door de uitdrukking:

$$M_{x;wl} = -E \cdot I_{wa} \cdot \varphi''$$

Het welf bi-moment wordt bepaald door de uitdrukking:

$$M_{x;B} = -(E \cdot I_{wa} \cdot \varphi''')$$

$$\text{Verder is } \frac{-dM_{x;s;d}}{dx} = m_w(x)$$

waarbij m_w het uitwendig wringend moment is.

De differentiaalvergelijking voor torsie in het algemeen luidt dan:

$$(E \cdot I_{wa} \cdot \varphi''') - (G I_{\text{torsie}} \varphi') = m_w(x)$$

Voor de oplossing is het nuttig de variabele d in te voeren. Deze kan betiteld worden als karakteristieke lengte.

$$d = \sqrt{\frac{EI_{wa}}{GI_{\text{torsie}}}}$$

Voor ieder walsprofiel is dit een constante.

De oplossingen van deze vergelijking bestaan grotendeels uit hyperbolische functies. In de literatuur zijn hiervoor de nodige oplossingen te vinden.

Voor onderslagbalken is de statisch bepaald opgelegde balk voor de grote bulk van de constructie het interessantste item. In "Torsion" van C.F. Kollbrunner en K. Basler, is op blz. 164 de oplossing van deze vergelijkingen gegeven.

Voor de schuifspanningen is de doorsnede nabij de opleggingen van belang. Het aandeel van het moment volgens de Saint-Venant is hier:

$$M_{x;wr} = \pm \frac{m_D l}{2} \left(1 - \frac{2}{\chi} \operatorname{tg} \frac{\beta_T}{2} \right)$$

Het aandeel van de welfwringing is hier:

$$M_{x;wl} = \pm \frac{m_D l}{2} \cdot \frac{2}{\chi} \operatorname{tg} \frac{\beta_T}{2}$$

De maximale welfbuiging treedt in het midden op en bedraagt:

$$M_{x;B} = \frac{m_D l^2}{\beta_T} \left(1 - \frac{1}{\cos \frac{\beta_T}{2}} \right)$$

In al deze formules is de variabele χ gelijk aan L/d .

De formules kunnen dan ook op eenvoudige wijze worden herschreven in de volgende vorm:

$$M_{x;wr} = \beta_{x;wr} \cdot m_w \cdot L$$

$$M_{x;wl} = \beta_{x;wl} \cdot m_w \cdot L$$

$$M_{x;B} = \beta_{x;B} \cdot m_w \cdot L^2$$

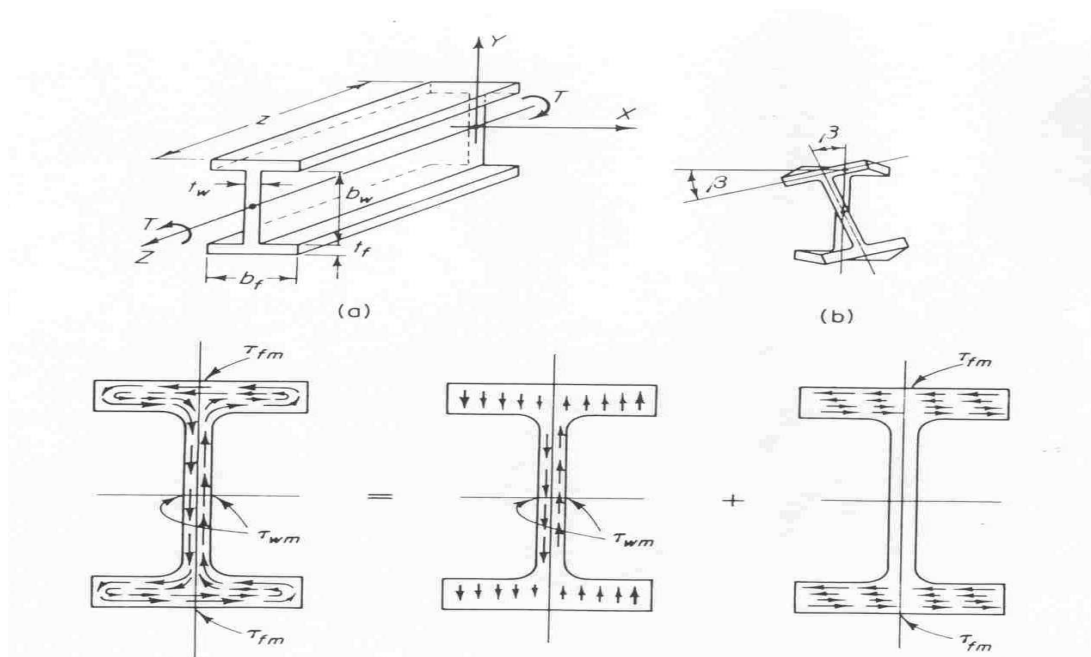
waarbij de waarde van β een functie is van de χ

De waarde van β is in een tabel in Appendix A weergegeven.

De rotatie in het midden van de staaf bedraagt:

$$\varphi_{\text{midden}} = \frac{m_D l^2}{8GI_{\text{torsie}}} \left(1 - \frac{\left(\frac{4}{\chi} \right)^2}{1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\chi}{4}} \right)$$

Waar wordt welving verhinderd



Het verhinderen van de welving houdt in dat langsspanningen in meer of mindere mate de verwelving van het oorspronkelijke vlak tegenwerken. Ter plaatse van volledige inklemmingen treedt dit dus op. Ideale inklemmingen zijn echter in de gebruikelijke constructies zelden aanwezig. Bij tijdelijke ondersteuningsconstructies zeker niet. De vraag is dan ook of welftorsie optreedt bij de in deze publicatie beoogde constructie typen.

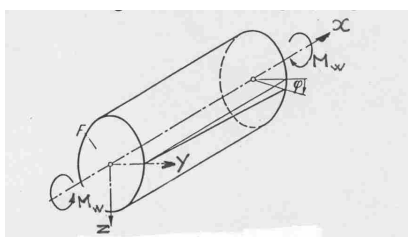
De vraag moet bevestigend beantwoord worden. Verhindering van welving treedt ook op daar waar een discontinuïteit in het wringend moment optreedt. De optredende verwelving aan weerszijden van de discontinuïteit is namelijk niet hetzelfde. Teneinde de vlakken op elkaar te laten passen, moeten welfspanningen optreden. Samenvattend kan dus vastgesteld worden dat ter plaatse van sprongen in het wringend moment welftorsie optreedt.



Dit is dus op plaatsen waar een uitwendig wringend moment wordt afgevoerd. Zoals bij de oplegging. Men zou geneigd zijn dat weliswaar bij de oplegging een forse verandering van het torsiemoment plaats vindt, maar dat de doorsnede daar vrij kan verwelven. Op zich een juiste bewering, maar praktische balken eindigen niet ter plaatse van de oplegging maar worden uit overwegingen van efficiency langer genomen dan strikt nodig is (hergebruik). Het doorstekende deel verhindert de werving. Dus voor praktische balken is er wel degelijk wervingswringing bij de opleggingen. Teneinde voor de praktijk geen al te ingewikkelde procedures op te stellen, wordt dan ook uitgegaan van een volledige verandering van de verwelving.

Wringing volgens de Saint-Venant

Zuivere wringing berust op een eenvoudige differentiaalvergelijking.



Stafverdraaiing φ ten gevolge van torsiemoment M_w

$$\text{Deze luidt: } \frac{\delta^2 \psi}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 \psi}{\delta z^2} = F = -2G\varphi$$

ψ is een zogenaamde spanningsfunctie; de schuifspanningen zijn de afgeleide naar y resp. z :

$$\tau_{zx} = \frac{\delta \psi}{\delta y}$$

$$\tau_{zx} = \frac{\delta \psi}{\delta z}$$

Voor een groot aantal doorsnedenvormen is in de literatuur de oplossing bekend. De hoekverdraaiing is ook uit deze vergelijking af te leiden. In algemene vorm luidt deze:

$$\varphi = M_{x;wr} L / G I_{\text{torsie}}$$

Voor een rechthoekige doorsnede is:

$$I_{\text{torsie}} = 1/3 \cdot b \cdot t^3$$

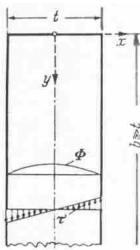
De schuifspanning is dan:

$$\tau_{\text{max}} = M_{x;wr} \cdot t / I_{\text{torsie}}$$

Voor de gebruikelijke walsprofielen kan het profiel opgebouwd worden gedacht uit verschillende rechthoekige doorsneden (flenzen, lijf) die ieder een eigen bijdrage aan I_w leveren.

Voor de bepaling van de schuifspanning geldt dezelfde regel waarbij t dan de dikte is van het onderdeel dat gecontroleerd wordt.

In veel profielenboeken (3), (4) wordt de waarde van I_{torsie} gegeven.

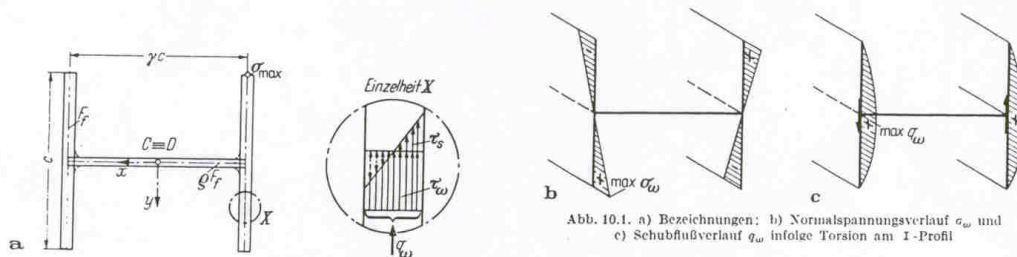


De kleine rechthoekige doorsnede.

Welfwringing

Zuivere welfwringing treedt in de praktijk zelden op. In dat geval wordt de wringing volledig opgenomen door dwarskrachten in combinatie met buigende momenten. In een doorsnede is het totaal aan buigende momenten nul. In de samenstellende onderdelen treden echter wel degelijk buigende momenten op. Deze staan bekend als bi-momenten.

Voor een I-profiel is dit eenvoudig te verduidelijken. In de flenzen heersen buigende momenten om de zwakke as van het profiel alsmede dwarskrachten. De momenten in onder- en bovenflens zijn echter wel tegengesteld van teken. Hetzelfde geldt voor de dwarskrachten. De arm tussen de beide dwarskrachten vermenigvuldigd met de dwarskracht is het welftorsiemoment.



Het welfvingstraagheidsmoment heeft een ongebruikelijke grootte namelijk: L^6 .
Voor I-profielen geldt:

$$I_{\text{wa}} = \int (y \cdot z)^2 dF$$

Voor walsprofielen is dit eenvoudig te bepalen door het traagheidsmoment om de zwakke as te vermenigvuldigen met de zwaartepuntafstand van de flenzen in het kwadraat. Dus:

$$I_{\text{wa}} = I_{zz} \cdot (h - t_f)^2$$

Ook deze waarden zijn getabelleerd in diverse staaltabellen. In sommige tabellenboeken wordt voor I_{wa} ook wel het symbool C gebruikt.

Voor het gebruikersgemak zijn zowel de waarden voor I_{torsie} als voor I_{wa} in appendix B getabelleerd.

De welfschuifspanning kan worden bepaald met de formule:

$$\tau_{x;wl} = \frac{M_{x;wl}}{(h - t_f) \cdot \frac{3}{2} \cdot bt_f}$$

De welfnormaalspanning kan worden bepaald met de formule:

$$\sigma_{x;B} = \frac{M_{x;B} \cdot (y \cdot z)}{I_{wa}}$$

Notaties:

- $M_{x;s;d}$ = wringend moment in doorsnede;
- m_w = wringbelasting per strekkende meter;
- $M_{x;wr}$ = aandeel wringend moment volgens "de Saint-Venant";
- $M_{x;wl}$ = aandeel wringend moment voor welving;
- $M_{x;B}$ = bi-moment.